Agrégation des Sciences Mathématiques. Session de 1921 : problème de calcul différentiel et intégral

Numéro d'inventaire : 2016.90.43

Type de document : texte ou document administratif

Éditeur : Ministère de l'Instruction publique

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1921

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.

Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm

Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1921.

Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets

Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 2 p.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SESSION DE 1921.

PROBLÈME
DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

PREMIÈRE PARTIE.

Soit Σ la surface enveloppe du plan P dont l'équation, en coordonnées rectangulaires, est

$$(1) \quad S\lambda X = q$$

où $S\lambda X$ désigne en abrégé la somme $\lambda X + \mu Y + \nu Z$ et où q est une fonction homogène en λ, μ, ν , dont le degré d'homogénéité est égal à 1 : soient M le point de contact de P avec Σ , x, y, z ses coordonnées.

1° Écrire les équations de la normale en M à Σ .

2° Déterminer les formes les plus générales de la fonction $q(\lambda, \mu, \nu)$ pour lesquelles la surface Σ est, respectivement, une sphère, une surface de révolution d'axe oz , une surface de révolution quelconque.

3° On représente par d l'indice de différentiation relatif à la variation sur un certain arc de courbe Γ tracé sur Σ par M. Connaissant les valeurs de $\lambda, \mu, \nu, d\lambda, d\mu, d\nu$ en M, sur Γ , déterminer la tangente en M à Σ , conjuguée de Γ , c'est-à-dire la limite de l'intersection du plan P tangent à Σ en M avec le plan tangent à Σ en un point de Γ voisin de M.

4° Déterminer l'équation différentielle des lignes asymptotiques de Σ . Montrer que cette équation peut se mettre sous forme symétrique en λ, μ, ν et aussi en $d\lambda, d\mu, d\nu$.

5° Déterminer l'équation différentielle des lignes de courbure de Σ . Indiquer comment on trouverait le rayon de courbure correspondant à une ligne de courbure déterminée.

6° Si les plans tangents à Σ diffèrent assez peu de ceux d'une sphère donnée U de rayon r , la surface Σ est convexe en chaque point. [L'hypothèse sera entendue en ce sens qu'à tout plan P' tangent à la sphère U correspond un plan P parallèle à P' , tangent à Σ et situé à une distance $\varepsilon p(\lambda, \mu, \nu)$ de P' , p étant une fonction homogène déterminée, de degré d'homogénéité égal à 1, et ε étant une constante suffisamment petite.]

T. S. V. P.

DEUXIÈME PARTIE.

Calculer l'intégrale

$$I = \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 x dx}{(1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2)(1 - 2\beta \cos x + \beta^2)}$$

où α et β sont des constantes réelles.

Si le calcul de I est effectué par plusieurs méthodes essentiellement distinctes, il sera tenu compte de chacune d'elles pourvu que l'application en soit chaque fois complètement développée.