Agrégation des Sciences Mathématiques. Concours de 1912 : mathématiques élémentaires

Numéro d'inventaire : 2016.90.30
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministère de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1912
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm
Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1912.
Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets
Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.
ill.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

CONCOURS DE 1912.

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

I. Un contour quadrangulaire gauche ABCDA étant circonscrit à une sphère (S) de centre S, aux points M, N, P, Q, on a, en orientant les tangentes m, n, p, q de A vers B, de B vers C, . . . ,

$$\alpha.\ \overline{AM} = \overline{AQ},\ \beta.\ \overline{BN} = \overline{BM}.\ \gamma.\ \overline{CP} = \overline{CN},\ \delta.\ \overline{DQ} = \overline{DP},$$

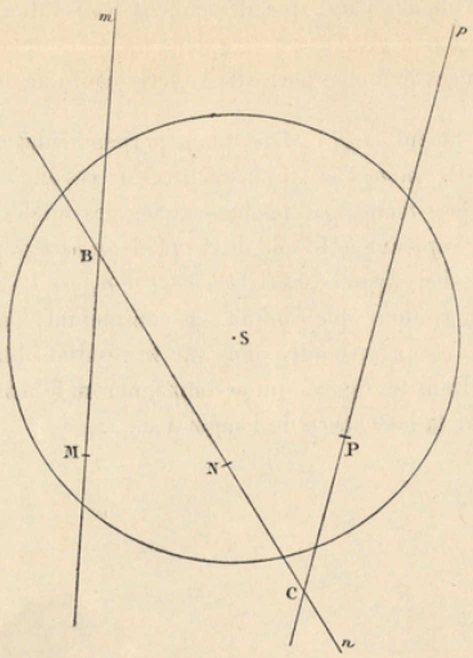
$$\sigma = \mp 1,\ \beta = \mp 1,\ \ldots .$$

cela conduit à prévoir deux cas distincts : dans l'un des cas, le contour ABCDA n'est pas quelconque, et l'on a

$$a + \beta.\ b + \beta\gamma.\ c + \beta\gamma\delta.\ d = 0,$$

a, b, c, d étant les longueurs des côtés; dans l'autre cas, on indiquera une propriété des deux plans MPN et MPQ, par exemple.

II. On suppose donnée la sphère S. Soient m et p deux droites fixes tangentes à cette sphère aux points M et P. On considère les droites n qui



s'appuient sur les droites m et p (points d'appui B et C) et qui sont tangentes à la sphère (point de contact N). Ces droites forment deux systèmes (n) et

(n'); on déterminera les surfaces (Σ) et (Σ') dont elles sont les génératrices, les courbes (Γ) et (Γ') qui sont les lieux des points N et N'; on introduira, si l'on veut, l'enveloppe des plans (S, n) et celle des plans (S, n'). Que peut-on dire des tangentes en M et P aux deux courbes (Γ) et (Γ')? — Application aux contours du paragraphe I.

III. On suppose maintenant donné le contour ABCDA, et l'on cherche les sphères (S) tangentes aux quatre côtés.

On examinera d'abord le cas où l'on veut avoir une sphère (S) avec points de contact dans un même plan; on montrera *a priori* que, si une telle sphère existe, il doit en exister une infinité. On établira rigoureusement ce fait en projetant, par exemple, la figure sur un plan convenable; on fera connaître le lieu des centres des sphères en question; on indiquera la sphère de plus petit rayon. Quelle est l'enveloppe des sphères (S)?

On examinera en second lieu le cas où l'on demande une sphère (S) avec points de contact non dans un même plan. On traitera la question par le calcul, en posant :

$$\overline{AM} = x, \ \overline{BN} = y, \ \overline{CP} = z, \ \overline{DQ} = t;$$

on fera voir que, pour chaque système de valeurs des inconnues, on a bien une sphère (S). On classera les solutions en quatre groupes (1 et 1'), (2 et 2'), ...

Dans le cas où il existe une série continue de sphères (S), avec points de contact dans un même plan, que deviennent les solutions isolées, avec points de contact non assujettis à être dans un même plan? Certaines de ces solutions isolées font-elles partie de la série continue de solutions?

Remarque. — Soient a, b, c, d les plans perpendiculaires aux plans des angles A, B, C, D, menés par les bissectrices de ces angles, et a', b', c', d' les plans analogues menés par les bissectrices des angles extérieurs; on pourra indiquer rapidement le rôle de ces plans au paragraphe III, d'abord dans chacune des deux hypothèses $a - b + c - d = 0$, $a + b - c - d = 0$, puis, dans le cas d'un contour quelconque, en considérant, par exemple, les solutions (1 et 1'); on reviendra alors sur le résultat obtenu à la fin du paragraphe III. Dans les figures qui accompagneront le texte, on représentera le plan a par la bissectrice de l'angle A, ...