
Cours et exercices de trigonométrie

Numéro d'inventaire : 2015.8.4759

Auteur(s) : Bernard Besster

Type de document : travail d'élève

Période de création : 3e quart 20e siècle

Date de création : 1956 (entre) / 1957 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, papier cartonné

Description : Cahier cousu, couverture bleue, dos plastifié noir, impression en noir, 1ère de couverture avec en haut à gauche manuscrit au crayon bleue "Trigo 1 TI", en dessous, imprimé en noir "Ecole Nationale professionnelle", puis "Nancy", un dessin à la main et encre noir d'un angle et d'une équation. Réglure seyes, encre bleue, rouge, noire.

Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17 cm

Notes : Cahier de cours et d'exercices de trigonométrie de 1ère technique et industrielle: révision arcs et angles, fonctions circulaires, arcs associés, formules d'addition, multiplication des angles des arcs, formules de transformation, somme de 2 fonctions sinusoïdales, représentation vectorielle, équations trigonométriques.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Enseignement technique et professionnel

Niveau : 1ère

Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.

Commentaire pagination : 38 p. manuscrites sur 70 p.

Langue : français.

Lieux : Nancy

BESSTER. Bernard.

ANNEE 1956-1957

171

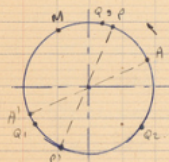
COURS et EXERCICES
de
TRIGONOMETRIE

Professeur: M. LAURENT

Exercice: Soit x le volume d'un arc d'origine A et d'extrémité M .

- 1) Quelle est le volume d'un arc $\widehat{AM}$ quelconque?
- 2) Quelle est le volume d'un arc $\widehat{AP} = \frac{\widehat{AM}}{2}$, placer le point P correspondant sur le cercle trigonométrique.
- 3) Quelle est le volume d'un arc $\widehat{AQ} = \frac{\widehat{AM}}{n}$ (n = ent. d'ent.)? Placer sur le cercle trigonométrique, les points Q correspondants (pour $n=6$).

Solution:



- 1) Le volume de l'arc $\widehat{AM}$ quelconque est égale à: $(x + 2k\pi)$.
- 2) L'arc $\widehat{AP} = \frac{\widehat{AM}}{2}$ a son origine en A et son extrémité en P qui est le milieu de $\widehat{AM}$. $\widehat{AM} = x + 2k\pi$ ou un point P' diamétralement opposé à P . Supposons $k=1$.

$$AM = x + 2\pi, \text{ et } AP = \frac{x + 2\pi}{2}$$

$$\frac{x}{2} = PA = P'A', \quad \frac{2\pi}{2} = \text{demi-circ. } AA'.$$

$AP = P'A'$

donc P' est l'extrémité de P par rapport à O .

$$3) \widehat{AQ} = \frac{\widehat{AM}}{n} \quad \widehat{AQ} = \frac{x + 2\pi}{n} \quad n=1.$$

$$n=10 \quad \widehat{AQ} = \frac{x + 2\pi}{10}$$

$$\text{Volume de } \widehat{AQ} = \frac{x + 2\pi}{10}$$

$$\text{Soit } n=3, \quad x + 2\pi.$$

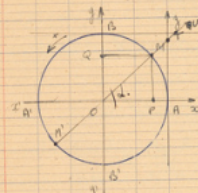
$$n=1 \text{ ou } 2: \frac{x}{3} + \frac{2\pi}{3} = \widehat{AQ_1}$$

$$n=2 \text{ ou } 4: \frac{x}{3} + \frac{2\pi}{3} = \widehat{AQ_2}$$

$$n=3 \text{ ou } 6: \frac{x}{3} + 2\pi = \widehat{AQ_3}$$

Fonctions Circulaires -

1) Cercle Trigonométrique: Cercle unité ayant pour rayon l'unité.



2) Définition des fonctions circulaires d'un arc (Radian).

$$\cos x = \overline{OP}$$

$$\sin x = \overline{OQ}$$

$$\text{tg } x = \overline{AT} \quad \text{ctg } x = \overline{BT}$$

3) Variation des fonctions circulaires:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$\text{tg } x$	0	$+\infty$	0	$-\infty$	0
$\text{ctg } x$	$+\infty$	0	$-\infty$	0	$+\infty$

4) Variations entre les fonctions circulaires d'un même arc.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

$$\frac{\overline{AT}}{\overline{OT}} = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}} \rightarrow \frac{\text{tg } x}{\sin x} = \frac{1}{\cos x} \quad \text{tg } x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{ctg } x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\text{tg } x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$1 + \cos^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

5) Calcul des fonctions circulaires d'un arc connaissant l'une d'elle

$$1) \sin x = a.$$

$$\cos^2 x = 1 - a^2 \quad \cos x = \pm \sqrt{1 - a^2} \quad \text{tg } x = \pm \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}}$$

$$2) \cos x = b. \quad (\text{calcul inverse})$$

$$3) \text{tg } x = k. \quad \cos^2 x = \frac{1}{1 + k^2} \quad \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + k^2}}$$

$$\sin x = \text{tg } x \times \cos x \rightarrow \sin x = \pm \frac{k}{\sqrt{1 + k^2}}$$

Voir le cours de 2^{ème} T1.

Fonctions circulaires d'arcs remarquables.

Exercice:

Démontrer les relations suivantes:

$$1) (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$$

$$2) (\sin x + \cos x)^2 - (\sin x - \cos x)^2 = 4 \sin x \times \cos x.$$

3) Calculer:

$\sin x$ et $\cos x$ connaissant $\text{tg } x = 2$, et sachant que l'extrémité de l'arc x appartient au 1^{er} quadrant.

4) Calculer $\cos x$ et $\text{tg } x$ connaissant $\sin x = \frac{1}{4}$ et que l'extrémité de l'arc x appartient au 3^{ème} quadrant.

28-11-17

1/2

$$1) 2) (\sin x + \cos x)^2 - (\sin x - \cos x)^2 = 4 \sin x \times \cos x.$$

on effectue les produits remarquables:

$$(\sin^2 x + 2 \sin x \times \cos x + \cos^2 x) - (\sin^2 x - 2 \sin x \times \cos x + \cos^2 x) = 4 \sin x \times \cos x$$

On ouvre les parenthèses:

$$\sin^2 x + 2(\sin x \times \cos x) + \cos^2 x - \sin^2 x + 2(\sin x \times \cos x) - \cos^2 x = 4 \sin x \times \cos x$$

On réduit les termes semblables:

$$2(\sin x \times \cos x) + 2(\sin x \times \cos x) = 4(\sin x \times \cos x).$$

$$1) (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2.$$

on a: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1.$

$$\text{développons: } \sin^2 x + \cos^2 x + 2(\cos x \times \sin x) + \sin^2 x + \cos^2 x - 2(\sin x \times \cos x) = 2.$$

$$(\sin^2 x + \cos^2 x) + (\sin^2 x + \cos^2 x) = 2.$$

II) Calcul de $\sin x$ et $\cos x$ si $\text{tg } x = 2$ (x dans 1^{er} quadrant).

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \text{tg}^2 x} \quad \cos^2 x = \frac{1}{1 + 4} \quad \cos x = \frac{1}{5} \quad \boxed{\cos x = \frac{\sqrt{5}}{5}}$$