# Sujet de l'Ecole Polytechnique

**Numéro d'inventaire** : 2016.90.89
**Type de document** : travail d'élève
**Période de création** : 1er quart 20e siècle
**Date de création** : 1902 (à partir de )
**Matériau(x) et technique(s)** : papier cartonné
**Description** : Ensemble de fiches simples cartonnées tenues par un trombone. Ecriture sur le recto des feuilles. MS encre noire.
**Mesures** : hauteur : 19,7 cm ; largeur : 12,4 cm
**Notes** : Sujet de 1902 de l'Ecole Polytechnique repris comme exercice. Date estimée d'après la date du sujet étudié.
**Mots-clés** : Calcul et mathématiques
**Filière** : Supérieure
**Autres descriptions** : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 12 p.
**Lieux** : Paris

EL. 1902. On donne relᵗ à 3 axes rect Oxyz, 1 pt L, de coord (a b c) et un cer (C) déf par les éq

$$x^2+y^2-2Rx=0, \quad z=0$$

1° Former l'éq du lieu des proj orth de L sur les droites qui renc à la fois le cer (C) et l'axe Oz. Reconnaître que ce lieu se compose d'une sphère et d'1 surf du 4ᵉ deg (S).

Eq. d'une dr var renc Oz : $\frac{x}{\alpha}=\frac{y}{\beta}=\frac{z-\lambda}{\gamma}$. Elle coupe z=0, au pt $-\frac{\alpha\lambda}{\gamma}, -\frac{\beta\lambda}{\gamma}, 0$. Pour qu'elle renc le cercle (C), il faut

$$(\alpha^2+\beta^2)\lambda^2+2R\alpha\gamma\lambda=0$$

qui se déc en $\lambda=0$ et $(\alpha^2+\beta^2)\lambda+2R\alpha\gamma=0$. La prem signif que la dr passe à l'orig ; cette sol était évid a priori. La seconde est la véritable cond.

Cons d'abord une dr pas par l'origine $\frac{x}{\alpha}=\frac{y}{\beta}=\frac{z}{\gamma}$

La proj de L sur cette dr sera au pt d'int de la dr avec le plan mené par L perpᵉ sur la droite

$$\alpha(x-a)+\beta(y-b)+\gamma(z-c)=0$$

Le lieu de la proj s'obt en élim $\alpha, \beta, \gamma$ entre les 3 éq préc. Cela donne

$$x(x-a)+y(y-b)+z(z-c)=0.$$

C'est la sphère déc sur OL comme diam.

Cons maint 1 dr var renc l'axe Oz en 1 pt hauteur $\lambda$ et renc aussi le cer (C)

$$\frac{x}{\alpha}=\frac{y}{\beta}=\frac{z-\lambda}{\gamma}, \quad (\alpha^2+\beta^2)\lambda+2R\alpha\gamma=0$$

La proj de L sur cette dr sera à l'inters de la dr avec le pl

$$\alpha(x-a)+\beta(y-b)+\gamma(z-c)=0$$

On aura le lieu de ce pt en élim $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ entre ces 4 éq, c. à d. en élim $\lambda$ entre les suiv

$$x(x-a)+y(y-b)+(z-c)(z-\lambda)=0, \quad (x^2+y^2)\lambda+2Rx(z-\lambda)=0$$

De la pre je tire

$$z-\lambda=-\frac{x(x-a)+y(y-b)}{z-c}, \quad \text{d'où} \quad \lambda=\frac{x(x-a)+y(y-b)+z(z-c)}{z-c}$$

Portons cette val de $\lambda$ dans la seconde écrite d'abord

$$(x^2+y^2-2Rx)\lambda+2Rxz=0$$

nous aurons pour l'éq du lieu

(1) $$(x^2+y^2-2Rx)\left[x(x-a)+y(y-b)+z(z-c)\right]+2Rxz(z-c)=0$$

Autre manière d'arriver à cette éq.