Agrégation des Sciences Mathématiques. Session de 1923 : mathématiques spéciales

Numéro d'inventaire : 2016.90.95
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministères de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1923
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 31,4 cm
largeur : 21 cm
Notes : Sujet d'agrégation de 1923.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.
Lieux : Paris

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SESSION DE 1923.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

Soit (C) la courbe dont l'équation, en coordonnées polaires, est

$$\rho = \frac{1}{\cos 3\theta + \lambda \cos\theta + \mu \sin\theta},$$

où λ et μ sont des nombres donnés.

I. Un angle droit tourne autour de son sommet placé à l'origine des coordonnées; ses côtés rencontrent la courbe (C) en deux points (a) et (a'). Trouver l'enveloppe de la droite qui joint ces deux points.

Montrer que c'est une conique ayant pour foyer l'origine et pour directrice correspondante la droite sur laquelle se trouvent les points d'inflexion de la courbe (C).

II. Quel est le lieu géométrique du point de rencontre des tangentes aux points (a) et (a') à la courbe (C)?

III. La tangente en un point (a) à la courbe (C) rencontre cette courbe en un autre point (b) qu'on appellera point *associé* du point (a). Calculer les angles polaires du point (b) connaissant un angle polaire du point (a).

Former une équation qui ait pour solutions les angles polaires des trois points (a_1), (a_2), (a_3) où une droite (A) rencontre la courbe (C); en déduire une équation qui ait pour solutions les angles polaires des trois points (b_1), (b_2), (b_3) associés des points (a_1), (a_2), (a_3). Prouver que les points (b_1), (b_2), (b_3) sont sur une droite (B).

[On pourra prendre les équations de (A) et de (B) sous la forme

$$\text{(A)}\ \frac{1}{\rho} = (u+\lambda)\cos\theta + (v+\mu)\sin\theta; \qquad \text{(B)}\ \frac{1}{\rho} = (u'+\lambda)\cos\theta + (v'+\mu)\sin\theta.]$$

IV. A une droite (A) correspond une seule droite (B). Inversement à une droite (B) correspondent en général quatre droites (A_1), (A_2), (A_3), (A_4) telles que (A). La droite (B) étant choisie de façon que deux de ces quatre droites, les droites (A_1) et (A_2) par exemple, soient confondues, on demande : 1° Quelle est la courbe enveloppe de cette droite (A_1) ou (A_2); 2° Quelle est la courbe enveloppe de la droite (B); 3° Quel est le lieu géométrique du point de rencontre des droites (A_3) et (A_4).

T. S. V. P.