

Math E.

Numéro d'inventaire : 2025.0.92

Auteur(s) : Michel Quellier

Type de document : travail d'élève

Éditeur : "Clio" avec une représentation de la muse.

Période de création : 3e quart 20e siècle

Date de création : 1956-1957

Matériau(x) et technique(s) : papier vergé | plume de métal

Description : Cahier à couverture cartonnée verte. Reliure métallique en spirale. Réglure petits carreaux 5 x 5 mm sans marge. Pontuseaux verticaux et vergeures horizontales.

Mesures : hauteur : 27 cm ; largeur : 20,5 cm

Notes : Il s'agit du cahier d'exercices de mathématiques élémentaires de Michel Quellier, élève en classes préparatoires Mathématiques spéciales (seconde année de la filière de classes préparatoires aux grandes écoles ou CPGE), scolarisé au lycée Pothier d'Orléans durant l'année 1957-1958, dans la perspective du passage du concours de l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris. Sur la première page sont estampillés les symboles de la "prépa" : au-dessus "D'Orléans", deux sabres croisés, devant un bicornes surmonté d'un char vue de haut et entouré de deux groupes de quatre grenades, dont une est enflammée par groupe ; l'ensemble est surmonté du "X Taupe" et encerclé de deux branches de laurier.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Lieu(x) de création : Orléans

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 192 p.

couv. ill. : "Gouffre de Padirac" vue d'une des galeries avec une barque de touristes naviguant sur la rivière souterraine.



x Coupeur définissant le nombre $\sqrt{2}$

Deux ensembles de nombres r et r' tels que $r^2 < 2 < r'^2$
 Tous les nombres rationnels sont classés, puisque l'aucun n'a pour carré 2
 Tout nombre r' est supérieur à tout nombre r
 Cette coupeur définit un nombre x
 La coupeur défini par $r^2 < B < r'^2$ définit le nombre $B = x^2$
 Elle ne peut définir un seul nombre donc $B = 2$.

x Polynôme : fonction continue ?

$$y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_p x^{n-p} + \dots + a_{n-1} x + a_n$$

$$|a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_n - a_0 x_0^n - a_1 x_0^{n-1} - \dots - a_n| < \epsilon$$

$$|a_0 (x^n - x_0^n) + a_1 (x^{n-1} - x_0^{n-1}) + \dots + a_{n-1} (x - x_0)| < \epsilon$$

il y a n termes, cette égalité sera réalisée en particulier si

$$|a_0 (x^n - x_0^n)| < \frac{\epsilon}{n} \quad |a_1 (x^{n-1} - x_0^{n-1})| < \frac{\epsilon}{n} \quad \dots \quad |a_{n-1} (x - x_0)| < \frac{\epsilon}{n}$$

$$(1) |x - x_0| |x^{n-1} + x_0 x^{n-2} + \dots + x_0^{n-2} x + x_0^{n-1}| < \frac{\epsilon}{n |a_0|}$$

Si x est suffisamment près de la limite, on a $A > |x_0|$
 $|x^{n-1} + x_0 x^{n-2} + \dots + x_0^{n-2} x + x_0^{n-1}| < n A^{n-1}$

L'inégalité (1) est réalisée en particulier si l'inégalité est réalisée

$$|x - x_0| < \frac{\epsilon}{|a_0| n^2 A^{n-1}}$$

De même pour le second terme on cherchera à réaliser $|x - x_0| < \frac{\epsilon}{|a_1| n(n-1) A^{n-2}}$
 et la dernière :

$$|x - x_0| < \frac{\epsilon}{|a_n| n A}$$

Pour que toutes soient réalisées il faut prendre la plus stricte et
 $|x - x_0| < A - |x_0|$

x Calculer la somme $C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + n^2 C_n^n = S$

$$\text{dérivée de } (1+x)^n : n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2x C_n^2 + 3x^2 C_n^3 + \dots + n x^{n-1} C_n^n$$

$$\text{dérivée de } x x^n : n x (1+x)^{n-1} + n x (1+x)^{n-2} = C_n^1 x + 2x^2 C_n^2 + 3x^3 C_n^3 + \dots + n x^n C_n^n$$

$$\text{Faisons } x=1 \quad S = n \cdot 2^{n-1} + n \cdot 2^{n-2} = n(n+1) 2^{n-2}$$

$$y = \frac{3^x}{x^3 \log x} - 2 \cdot x^2 \log x \quad x \rightarrow +\infty$$

$$y = \frac{3^x - 2 x^5 \log^2 x}{x^3 \log x}$$

$$\frac{3^x}{2 x^5 \log^2 x} = \left(\frac{3}{2}\right)^x \frac{1}{x^5 \log^2 x} > \left(\frac{3}{2}\right)^x \frac{1}{x^2}$$

pour $x \rightarrow +\infty$ cette expression $\rightarrow +\infty$ donc $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x}{x^5 \log^2 x} \rightarrow +\infty$

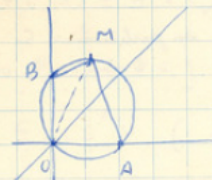
$$p = \frac{a \cos 2\theta}{b \cos \theta - a \sin \theta}$$

car on a = b $p = \frac{a^2 \cos 2\theta}{a(\cos \theta - \sin \theta)} = \frac{a \cos 2\theta}{\cos \theta - \sin \theta}$

$$p = a(\cos \theta + \sin \theta)$$

cerce circonscrit à OAB
Sol. géom.
o milieu de l'arc AB

si $\cos \theta = \sin \theta$
p indéterminée } $\theta = 45^\circ$ bissectrice



Cas géom.

période 2π

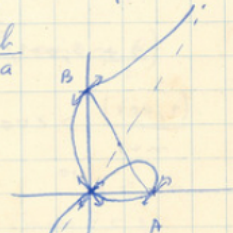
θ en $\theta + \pi$

p est - p coïncidence

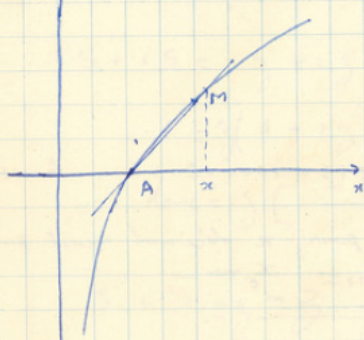
$b > a$

θ	0	$\frac{\pi}{4}$	$\text{Arc } \frac{b}{a}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
p	$a + 0 = a$	0	0	0	0	$-a$

$$\tan \theta = \frac{b}{a}$$



pente de AM = fonction décroissante de x



$$y = \log x$$

$$m = \frac{\log x}{x-1}$$

$$\text{Posons } x = 1+u$$

$$m = \frac{\log(1+u)}{u}$$

$$u < v$$

$$\frac{\log(1+u)}{u} - \frac{\log(1+v)}{v} > 0$$

$$\frac{v \log(1+u) - u \log(1+v)}{uv} > 0$$

$$\frac{\log \frac{(1+u)^v}{(1+v)^u}}{uv} > 0$$

si u et $v > 0$

$$\log \frac{(1+u)^v}{(1+v)^u} > 0$$

$$(1+u)^v > (1+v)^u$$

$$u = \frac{p}{q} \quad v = \frac{p'}{q} \quad u < v \quad \text{donc } p^x < p'$$

$$\left(1 + \frac{p}{q}\right)^{\frac{p'}{q}} > \left(1 + \frac{p'}{q}\right)^{\frac{p}{q}}$$

$$\left(1 + \frac{p}{q}\right)^{p'} > \left(1 + \frac{p'}{q}\right)^p$$