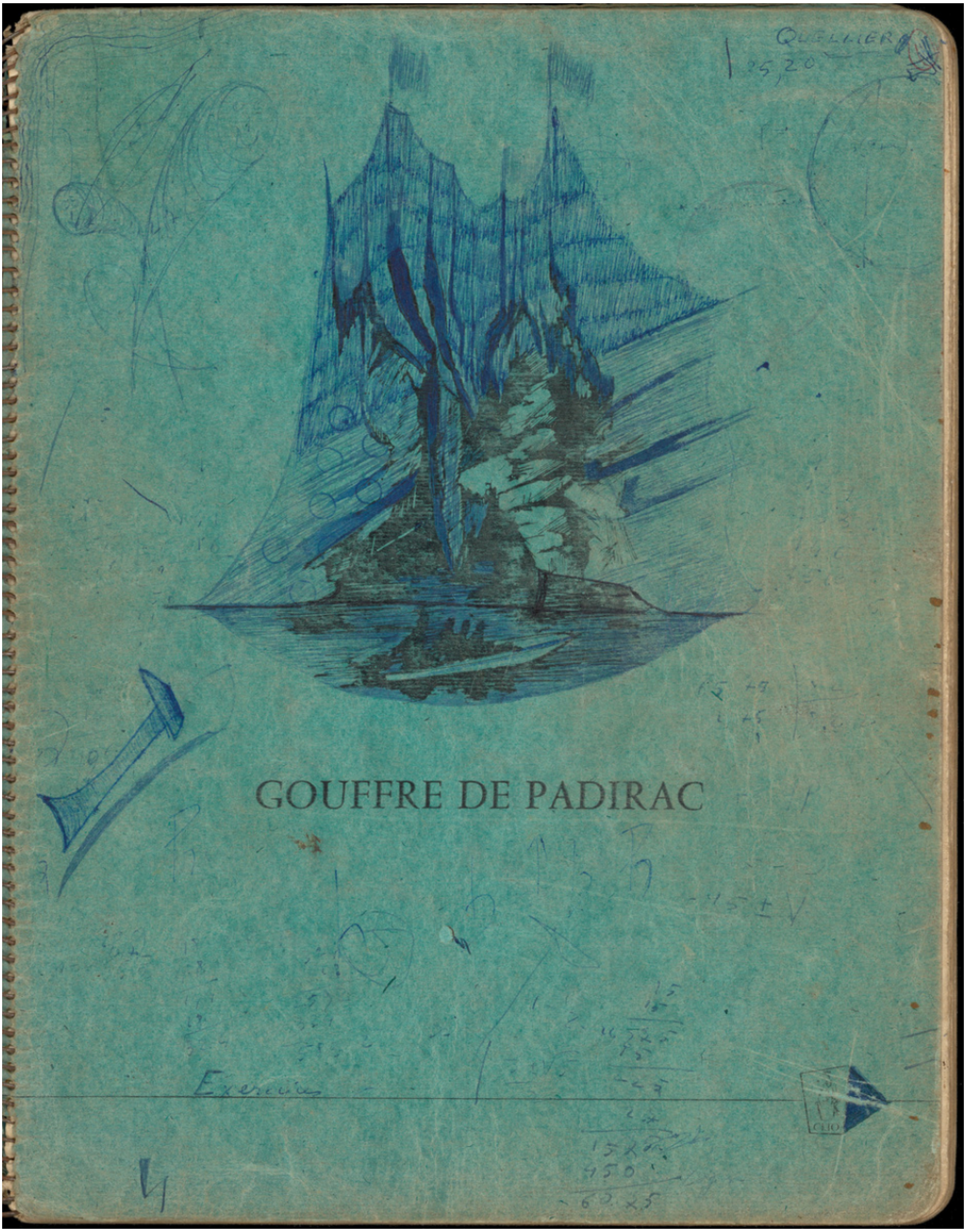
Math E.

Numéro d'inventaire : 2025.0.92
Auteur(s) : Michel Quellier
Type de document : travail d'élève
Éditeur : "Clio" avec une représentation de la muse.
Période de création : 3e quart 20e siècle
Date de création : 1956-1957
Matériau(x) et technique(s) : papier vergé **|** plume de métal
Description : Cahier à couverture cartonnée verte. Reliure métallique en spirale. Réglure petits carreaux 5 x 5 mm sans marge. Pontuseaux verticaux et vergeures horizontales.
Mesures : hauteur : 27 cm ; largeur : 20,5 cm
Notes : Il s'agit du cahier d'exercices de mathématiques élémentaires de Michel Quellier, élève en classes préparatoires Mathématiques spéciales (seconde année de la filière de classes préparatoires aux grandes écoles ou CPGE), scolarisé au lycée Pothier d'Orléans durant l'année 1957-1958, dans la perspective du passage du concours de l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris. Sur la première page sont estampillés les symboles de la "prépa" : au-dessus "D'Orléans", deux sabres croisés, devant un bicorne surmonté d'un char vue de haut et entouré de deux groupes de quatre grenades, dont une est enflammée par groupe ; l'ensemble est surmonté du "X Taupe" et encerclé de deux branches de laurier.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Lieu(x) de création : Orléans
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 192 p.
couv. ill. : "Gouffre de Padirac" vue d'une des galeries avec une barque de touristes naviguant sur la rivière souterraine.


GOUFFRE DE PADIRAC
QUELLIER
Exercices

x Coupure définissant le nbre $\sqrt{2}$

Deux ensembles de nombres r et r' tels que $r^2 < 2 < r'^2$
Touts les nombres rationnels sont classés, puisque aucun n'a pour carré 2
Tout nbre r' est supérieur à tout nbre r
Cette coupure définit un nombre x
La coupure définit par $r^2 < B < r'^2$ définit le nbre $B = x^2$
Elle ne peut définir un seul nombre donc $B = 2$.

x Polynome : fonction continue ?

$$y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_p x^{n-p} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$$

$$|y - y_0| < \varepsilon$$

$$\left| a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_n - a_0 x_0^n - a_1 x^{n-1} - \cdots - a_n \right| < \varepsilon$$

$$\left| a_0 (x^n - x_0^n) + a_1 (x^{n-1} - x_0^{n-1}) + \cdots + a_{n-1}(x - x_0) \right| < \varepsilon$$

il y a n termes, cette égalité sera réalisée en particulier si

$$|a_0 (x^n - x_0^n)| < \frac{\varepsilon}{n} \qquad |a_1 (x^{n-1} - x_0^{n-1})| < \frac{\varepsilon}{n} \qquad \cdots \qquad |a_{n-1}(x - x_0)| < \frac{\varepsilon}{n}$$

(1) $$|x - x_0| \left| x^{n-1} + x_0 x^{n-2} + \cdots + x_0^{n-2} x + x_0^{n-1} \right| < \frac{\varepsilon}{n|a_0|}$$

Si x est suffisamment près de sa limite, on a $\qquad A > |x_0|$

$$\left| x^{n-1} + x_0 x^{n-2} + \cdots + x_0^{n-2} + x_0^{n-1} \right| < n A^{n-1}$$

L'inégalité (1) est réalisée en particulier si l'inégalité est réalisée

$$|x - x_0| < \frac{\varepsilon}{|a_0| n^2 A^{n-1}}$$

De même pour le second terme on cherchera à réaliser $|x - x_0| < \dfrac{\varepsilon}{|a_1| n(n-1) A^{n-2}}$
et la dernière :

$$|x - x_0| < \frac{\varepsilon}{|a_n| n A}$$

Pour que toutes soient réalisées il faut prendre la plus stricte <u>et</u>
$|x - x_0| < A - |x_0|$

x Calculer la Somme $C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \cdots + n^2 C_n^n = S$

dérivée de $(1+x)^n$: $\quad n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2x C_n^2 + 3x^2 C_n^3 + \cdots + n x^{n-1} C_n^n$

$\times x \qquad n x (1+x)^{n-1} = C_n^1 x + 2x^2 C_n^2 + 3x^3 C_n^3 + \cdots + n x^n C_n^n$

dérivée de $\rightarrow$: $n(1+x)^{n-1} + nx(1+x)^{n-2} = C_n^1 + 2^2 C_n^2 + 3^2 x^2 C_n^3 + \cdots$

Faisons $x = 1 \qquad S = n \cdot 2^{n-1} + n \cdot 2^{n-2} = n(n+1)^{n-2}$

$$y = \frac{3^x}{x^3 \log x} - 2^x \cdot x^2 \log x \qquad x \to +\infty$$

$$y = \frac{3^x - 2^x x^5 \log^2 x}{x^3 \log x} \qquad \frac{3^x}{2^x x^5 \log^2 x} = \left(\frac{3}{2}\right)^x \frac{1}{x^5 \log^2 x} > \left(\frac{3}{2}\right)^x \frac{1}{x^2}$$

pour $x \to +\infty$ cette expression $\to +\infty$ donc $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^x}{x^5 \log^2 x} \to +\infty$

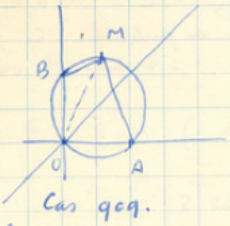
$$\rho = \frac{ab\cos 2\theta}{b\cos\theta - a\sin\theta}$$

cas où $a = b$ $\quad \rho = \dfrac{a^2\cos 2\theta}{a(\cos\theta - \sin\theta)} = \dfrac{a\cos 2\theta}{\cos\theta - \sin\theta}$

$\rho = a(\cos\theta + \sin\theta)$ cercle circonscrit à OAB

si $\cos\theta = \sin\theta$ | 1^{re} bissectrice
ρ indéterminé

<u>Sol. géom.</u>
o milieu de l'arc AB

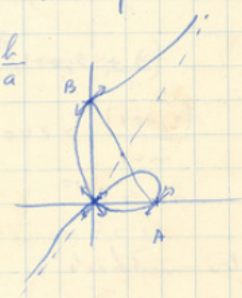


Cas qcq. période 2π $\quad \theta$ en $\theta + \pi$ $\quad \rho$ en $-\rho$ coïncidence

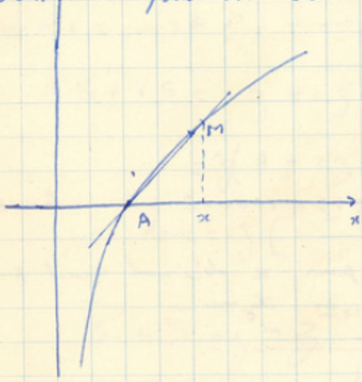
$b > a$

θ	0	$\frac{\pi}{4}$	$\text{Arctg}\,\frac{b}{a}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
ρ	$a + 0 - -\infty$		$\infty + b + 0 - -a$			

$\text{tg}\,\theta = \frac{b}{a}$



pente de AM = fonction décroissante de x



$y = \text{Log}\, x$

$m = \dfrac{\text{Log}\, x}{x - 1}$ $\qquad$ Posons $x = 1 + u$

$m = \dfrac{\text{Log}(1+u)}{u}$ $\qquad u < v$

$$\frac{\text{Log}(1+u)}{u} - \frac{\text{Log}(1+v)}{v} > 0$$

$$\frac{v\,\text{Log}(1+u) - u\,\text{Log}(1+v)}{uv} > 0 \qquad \frac{\text{Log}\dfrac{(1+u)^v}{(1+v)^u}}{uv} > 0$$

Si u et $v > 0$

$$\text{Log}\,\frac{(1+u)^v}{(1+v)^u} > 0 \qquad \cancel{(1+u)^v} > (1+v)^u$$

$$\frac{(1+u)^v}{(1+v)^u} > 1$$

$u = \dfrac{p}{q}$ $\quad v = \dfrac{p'}{q}$ $\quad u < v$ donc $p^* < p'$

$$\left(1 + \frac{p}{q}\right)^{\frac{p'}{q}} > \left(1 + \frac{p'}{q}\right)^{\frac{p}{q}}$$

$$\left(1 + \frac{p}{q}\right)^{p'} > \left(1 + \frac{p'}{q}\right)^{p}$$