

Cours de géométrie descriptive

Numéro d'inventaire : 2023.0.64

Auteur(s) : Raba

Type de document : travail d'élève

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1920-1923

Inscriptions :

- inscription : Ecole nationale d'Arts et Métiers Angers(couverture)

Matériau(x) et technique(s) : papier | encre noire, | encre bleue

Description : Cahier de géométrie descriptive constitué d'une couverture cartonnée rigide. Le rattachement de l'ensemble des pages à la tranche est très fragile.

Mesures : hauteur : 25,6 cm ; largeur : 20 cm

Notes : Ce cahier contient des cours, accompagnés de schémas, portant sur la géométrie descriptive. L'élève, dont nous ne disposons que du nom de famille (Raba), a étudié à l'Ecole nationale d'Art et Métiers d'Angers, au sein de la promotion 1920-1923. Il s'agit de cours très techniques et approfondis, de niveau supérieur. Les intitulés des cours sont les suivants : lieux géométriques, courbure des courbes planes, résolution graphique des équations, abaqes, analytique dans l'espace, intégrales, intégration des différentielles rationnelles, cubature des volumes, aires des surfaces de révolution, intégrales doubles.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Lieu(x) de création : Angers

Utilisation / destination : matériel scolaire

Représentations : / Schémas géométriques. Nombreuses figures.

Autres descriptions : Langue : Français

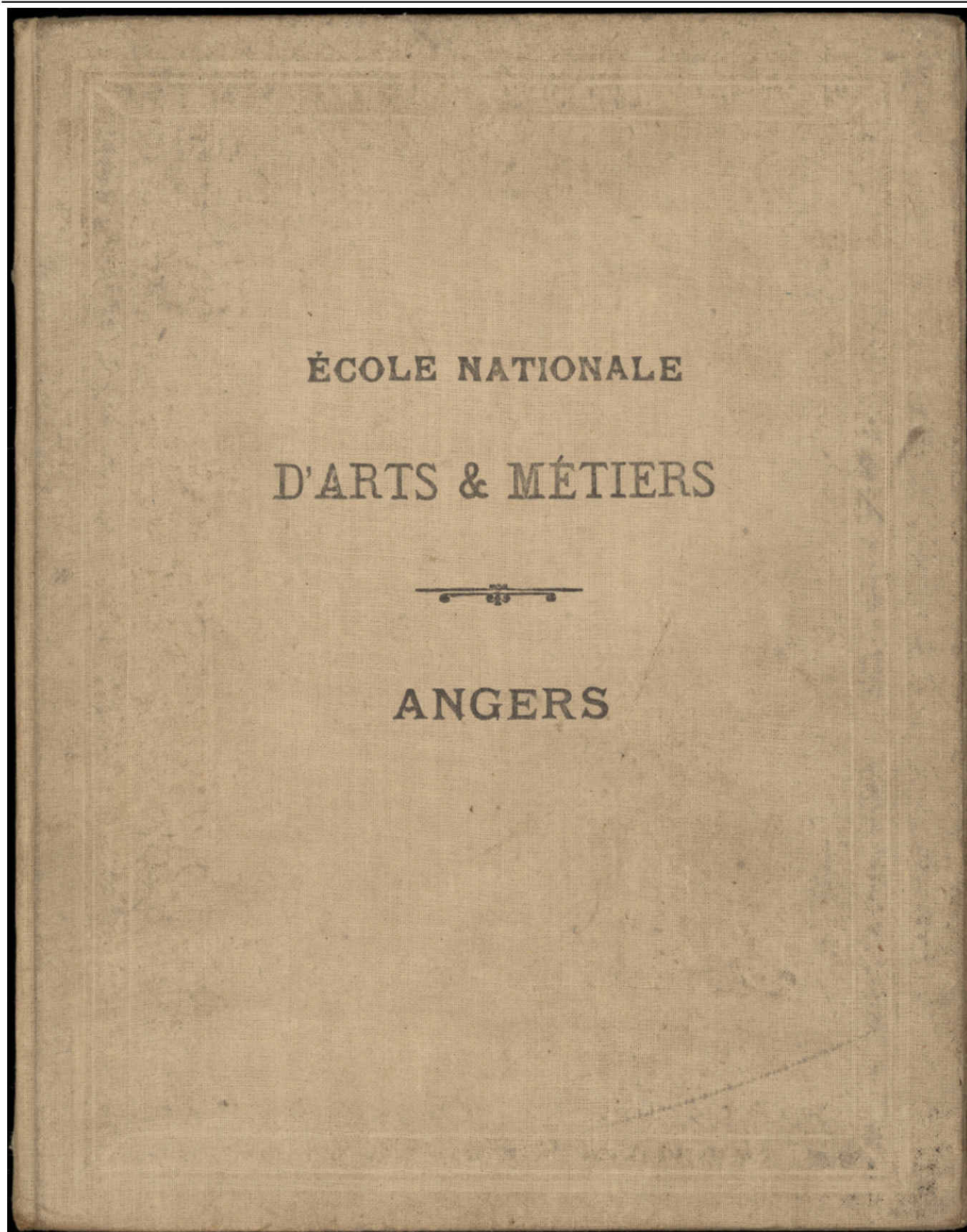
Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 145 p.

ill. : Schémas géométriques de l'élève

Objets associés : 2023.0.47

Lieux : Angers



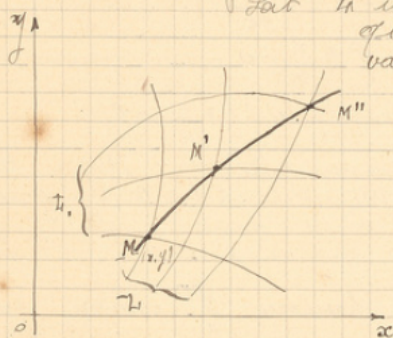
Lieux géométriques

13-1-28

Ensemble de points jouissant d'une propriété commune

trouver le lieu géométrique d'un point d'intersection de deux lignes variables

Soit T_1 une ligne variable et $f(x, y)$ son équation qui représente nécessairement une paramètre variable α l'équation est $f(x, y, \alpha) = 0$

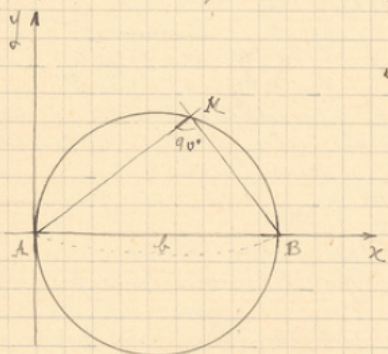


Soit une autre ligne T_2 d'équation $f'(x, y, \alpha) = 0$

Recherchons le lieu du point M . Soient x et y ses coordonnées. Ses coordonnées satisfont aux équations des 2 courbes.

Remplaçons dans la 1^{re} eq. la valeur de α en fonction de x et y et portons la dans la 2^{de} eq. On a une relation entre x et y indépendante de α , c'est l'eq. du lieu. On élimine donc α entre les 2 équations T_1 et T_2 . On obtient le lieu du pt d'inter. de 2 lignes ou élimine α .

Ex: lieu du sommet d'un angle droit dont les sommets forment par deux points fixes A et B.



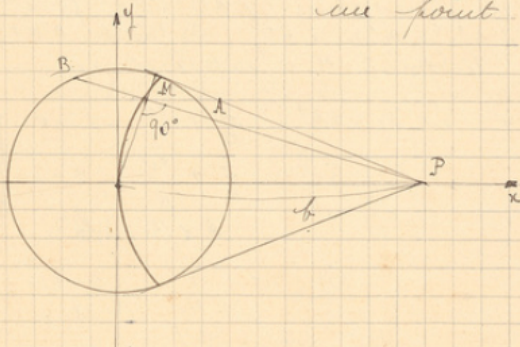
$$\begin{aligned} \text{eq. (AM)} &: y = ax \\ \text{eq. (BM)} &: y = -\frac{1}{a}(x-b) \end{aligned}$$

formons le produit :

$$y^2 = -(b-x)/a$$

$x^2 + y^2 - bx = 0$ équation d'un cercle passant par l'origine ayant son centre au milieu de A B.

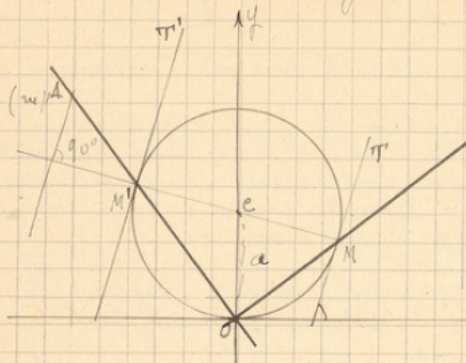
Ex: lieu des milieux des cordes d'un cercle passant par un point fixe P.



$$\text{eq. : } x^2 + y^2 - bx = 0$$

Remarque: le lieu est limité aux tangentes issues de P.

Ex: Trouver une circonférence variable tangente à une droite donnée en un point donné. Trouver le lieu des points de contact de tangente à cette circonférence, quand l'un des données est variable rayon a :



$$\text{dans } MM': y - a = -\frac{1}{m}x$$

$$y - a = -\frac{x}{m}$$

$$y + \frac{x}{m} = a$$

$$x^2 + y^2 - 2ay = 0$$

est homogène du 2^e degré qui représente un système de 2 droites passant par l'origine

$$x^2 + y^2 - \frac{2xy}{m} = 0$$

$$y^2 + \frac{2xy}{m} - x^2 = 0$$

prenons $\frac{y}{x}$ comme inconnue

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 + \frac{2}{m}\left(\frac{y}{x}\right) - 1 = 0$$

$$\frac{y}{x} = -\frac{1}{m} \pm \sqrt{\frac{1}{m^2} + 1} = -\frac{1}{m} \pm \frac{1}{m}\sqrt{1+m^2}$$

$$y = -\frac{x}{m} \pm \frac{x}{m}\sqrt{1+m^2} = \frac{x}{m}(-1 \pm \sqrt{1+m^2})$$

Le produit des coefficients angulaires de ces deux droites est égal à -1, elles sont rectangulaires

Cas de 2 paramètres - soit $(L) \begin{cases} f(x, y, a, b) = 0 \\ g(x, y, a, b) = 0 \end{cases}$

$$(L) \begin{cases} f(x, y, a, b) = 0 \\ g(x, y, a, b) = 0 \end{cases}$$

a et b ne peuvent pas être indépendants l'un de l'autre. En effet soit M , un point quelc. du plan x, y , coord.

Soient $f(a, b) = 0$ et $g(a, b) = 0$, pour point

$$\begin{cases} f(x, y, a, b) = 0 \\ g(x, y, a, b) = 0 \end{cases}$$

On a pour det. a et b un système de 2 eqs.

Le point pourrait occuper une position quelconque dans le plan. Il doit avoir $f(a, b) = 0$. Il doit avoir un système de 3 équations entre lesquelles on élimine a et b .

Ex: On donne 2 dr. AA' et BB' et d'une droite AB donnée on porte sur elles des longueurs AA' et BB' telle que $AA' \times BB' = AB^2$. On joint AB' et BA' , lieu du point M d'intersection

$$\text{eq de } AB': \frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$$

$$\text{eq de } BA': \frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$$

$$x\beta = b\alpha^2$$

$$\frac{y}{b} = 1 - \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$

$$\beta = \frac{2ay}{a-x}$$

$$\frac{y}{x} = 1 + \frac{x}{a} = \frac{a+x}{a}$$

$$y = \frac{2ay}{a+x}$$

