

PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.165

Auteur(s) : Philippe Mileo

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1975

Matériaux et technique(s) : papier | encre noire

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Philippe Mileo. La spécialité de l'élève est Mathématiques-Sciences-physiques, section 3 (probablement en bac C). L'épreuve est une composition de Mathématiques. Le centre d'examen est à la préfecture de Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1975. La note obtenue est de 07/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 07/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites

Nom et Prénom :

MILEO Philippe

N° d'inscription : 201.

Centre d'examen : Refetne.

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen :

P.E.G.-C

Session : Mai

Spécialité ou Série :

Section III

Si votre composition
comporte plusieurs
feuillets.

numérotez-les 1/3

Note :

07
20

Composition de

Mathématiques

2ème Problème.

1^{re} Partie, 1^{re} Question:

$$\forall x \in [0, 1] \quad \forall y \in [0, 1]$$

$$\left| f(x) - f(y) \right| = \left| \frac{x}{x+3} - \frac{y}{y+3} \right|$$

$$= \left| \frac{3x - 3y}{(x+3)(y+3)} \right|$$

$$= \frac{3}{9} \left| \frac{x - y}{(\frac{x}{3} + 1)(\frac{y}{3} + 1)} \right|$$

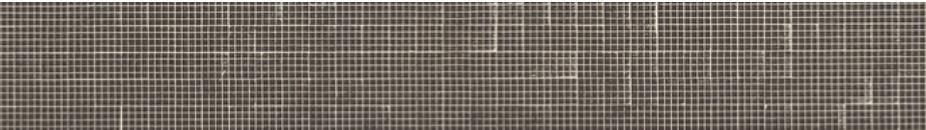
$$= \frac{1}{3} \left| \frac{x - y}{(\frac{x}{3} + 1)(\frac{y}{3} + 1)} \right|$$

or on pose $A = \left(\frac{x}{3} + 1 \right) \left(\frac{y}{3} + 1 \right)$ A est positif.

on obtient l'égalité : $|f(x) - f(y)| = \frac{1}{3} |x - y| \times \frac{1}{A}$

$\Leftrightarrow |f(x) - f(y)| \leq \frac{1}{3} |x - y| \quad \text{c.Q.F.D.}$

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.



2^e Question: $\forall x \in [0, 1]. \quad h(x) = \frac{x}{x+3}$

$h(x)$ est donc positif : $h(x) \geq 0$.

Car par définition de $h(x)$ on a aussi $x \geq h(x)$.
en effet $x \geq \frac{x}{x+3}$.

d'où $\forall x \in [0, 1] \Rightarrow \begin{cases} h(x) \geq 0 \\ h(x) \leq 1. \end{cases}$

d'où $h[0, 1] \subset [0, 1]$.

C.Q.F.D.

3^e Question: Démonstration par récurrence:

$$n=1. \quad |x_2 - x_1| = |h(x_1) - h(x_0)|$$

$$\cdot \quad |h(x_1) - h(x_0)| \leq \frac{1}{3} |x_0 - x_1|. \quad (1^{\text{e}} \text{ question})$$

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| \leq \frac{1}{3} |x_0 - x_1|.$$

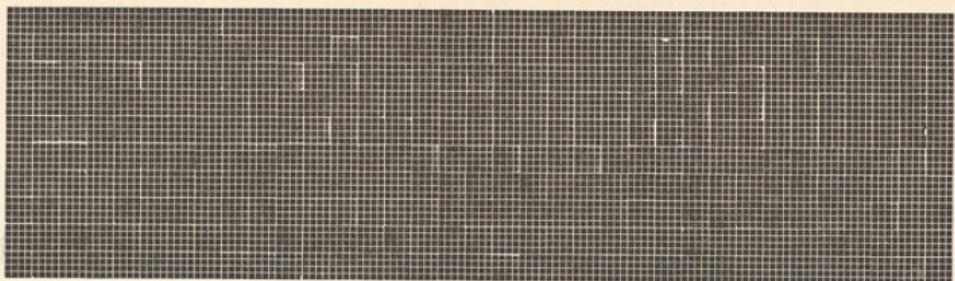
La formule est donc vraie pour $n=1$.

Répondons à la vraie pour n : $|x_{n+1} - x_n| \leq \frac{1}{3^n} |x_0 - x_1|$.

Demandons la pour $n+1$.

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| \leq |h(x_{n+1}) - h(x_n)| \leq \frac{1}{3} |x_{n+1} - x_n|$$

D'après la 1^e question,



d'air

$$|\alpha_{n+2} - \alpha_{n+1}| \leq \frac{1}{3} |\alpha_{n+1} - \alpha_n|$$

$$\Leftrightarrow |x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{1}{3} \times \frac{1}{3^n} |x_0 - x_1|.$$

d'après la répartition faite pour n

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{1}{3^{n+1}} |x_0 - x_1|$$

La formule a donc été établie pour le rang $n+1$.
Donc elle vaut pour n quelconque.

5^e Question :

$$\begin{aligned} x_{n+1} - x_n &= f(x_n) - x_n \\ &= \frac{x_n}{x_{n+3}} - x_n. \end{aligned}$$

$$\text{or } \frac{x_n}{x_{n+3}} - x_n \leq 0 \Rightarrow x_{n+1} \cdot x_n \leq 0.$$

$$\Rightarrow \forall n \quad a_{n+1} < a_n.$$

Donc P_n suite n → +∞ et décroissante.

Over \mathbb{H}_n $x_n \in [0, 1]$. denotes ρ_n .

$$x_0 = a \text{ avec } a \in [0, 1].$$

$\alpha_1 = \beta(\alpha) \Rightarrow \alpha_1 \in [0, 1]$ D'après la question

deuxième que si $n \in [0, 1]$ on a $\text{ent}(\text{sh}(x_n)) = x_{n+1} \in [0, 1]$.
 Poursuivons d'après la 2^e question d'anc. par récurrence nées.

