

Entrée dans les centres PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.135

Auteur(s) : Didier Duval

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1974

Matériau(x) et technique(s) : papier | encre noire

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Didier Duval. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques Physique et Technologie), catégorie 3 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est à la Préfecture de Rouen. L'épreuve se déroule en juin 1974. La note obtenue est de 04/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 03,8/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites

Nom et Prénom : DUVAL didier

N° d'inscription : 205

Centre d'examen : ROUEN

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

10

Note :

04

20

Examen : Entre dans les centres PEGC

Session : 14.15

Spécialité ou Série : 3 Mathématiques Physique et Technologie

Si votre composition
comporte plusieurs
feuillets,

numérotez-les ①/③

Composition de Mathématiques

1^{er} exercice :

$$h(x) = \text{Arc sin } \frac{2xc}{1+x^2} + \text{Arc cos } \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

1) définition de $\text{Arc sin } \frac{2xc}{1+x^2}$ $1+x^2 > 0 \forall x$

c'est la détermination principale de $\text{arc sin } \frac{2xc}{1+x^2}$

qui est la fonction inverse de $\text{sin } y$
si $y = \text{arc sin } \frac{2xc}{1+x^2}$

$$\text{or } -1 \leq \text{sin } \frac{2xc}{1+x^2} \leq +1$$

$$\text{donc : } -\frac{\pi}{2} \leq \frac{2xc}{1+x^2} \leq +\frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$$

pour $\text{Arc cos } \frac{1-x^2}{1+x^2}$ on obtient :

$$0 \leq \frac{1-x^2}{1+x^2} \leq \pi \pmod{2\pi}$$

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

2) $1+x^2$ est $> 0 \forall x$, les fonctions $\sin$ et $\cos$ sont continues donc $h(x)$ est continue.

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

Si $x \rightarrow +\infty$, $\frac{1}{x^2} \rightarrow 0_+$

$$h(x) = \text{Arc sin } x \left(\frac{\frac{2}{x}}{1+x^2} \right) + \text{Arc cos } x^2 \left(\frac{\frac{1}{x^2} - 1}{1+x^2} \right)$$

$\downarrow$
 0_+

$\downarrow$
 1_-

$$h(x) \rightarrow 1_- \text{ as } x \rightarrow +\infty$$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$

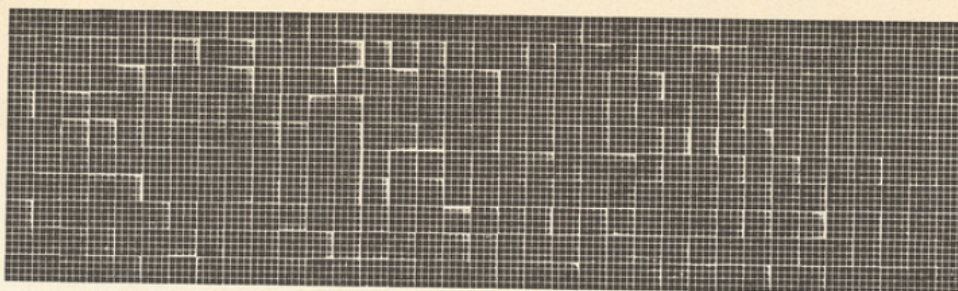
$x \rightarrow -\infty$

$$h(x) = \text{Arc sin } x \left(\frac{\frac{2}{x}}{1+x^2} \right) + \text{Arc cos } x^2 \left(\frac{\frac{1}{x^2} - 1}{1+x^2} \right)$$

$\downarrow$
 0_-

$\downarrow$
 1_-

$$h(x) \rightarrow 1_- \text{ as } x \rightarrow -\infty$$



4) Dérivée :

$$h(x) = \operatorname{Arcsin} \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{Arccos} \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x}{1+x^2}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\frac{(1+x^2)^2 - 4x^2}{(1+x^2)^2}}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{(1+x^2)^2 - (1-x^2)^2}{(1+x^2)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{2x^2}{x^2+1}}} \\ &= \frac{1+x^2}{\sqrt{(x^2-1)^2}} - \frac{1+x^2}{\sqrt{4x^2}} \\ &= \frac{1+x^2}{x^2-1} - \frac{1+x^2}{2x} = \frac{(x^2+1)^2}{(x^2-1)(2x^2)} \end{aligned}$$

5) $t = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} x$ alors $\operatorname{Arcsin}(2x) = \frac{2t}{1+t^2}$
 $\operatorname{Arccos}(2x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

On retrouve les m formes dans l'expression de $h(x)$

avec $\operatorname{Arcsin} \frac{2x}{1+x^2}$ et $\operatorname{Arccos} \frac{1-x^2}{1+x^2}$

