
Concours PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.131

Auteur(s) : Evelyne Lefebvre

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1974

Matériau(x) et technique(s) : papier | encre bleue

Description : Quatre copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), de la candidate Evelyne Lefebvre. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est l'ENF ou ENI (Ecole Normale de Filles ou Ecole Normale d'Institutrices) se situant au 09, rue de Lille à Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1974. La note obtenue est de 17/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 10,25/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 16 p. dont 15 p. manuscrites

Nom et Prénom : LEBEVRE Evelyne

N° d'inscription : 53

Centre d'examen : Rouen

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : CONCOURS PEGC

Session :

Spécialité ou Série : C

Si votre composition
comporte plusieurs
feuillets.

numérotez-les 1 /

Note :

17

20

Composition de MATHEMATIQUES

1^{er} exercice

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation.

$$z^3 + 2(i-1)z^2 - 3iz + i + 1 = 0 \quad (1)$$

On remarque que le complexe $z = 1$ est 1 racine évidente de l'équation. Mettre $(z-1)$ en facteur dans l'expression (1).

$$(1) \Leftrightarrow (z-1)(z^2 + \alpha z + \beta) = 0 \quad (\alpha, \beta) \in \mathbb{C}^2$$

$$\Leftrightarrow z^3 - z^2 + \alpha z^2 - \alpha z + \beta z - \beta = 0$$

$$\Leftrightarrow z^3 + (\alpha-1)z^2 + (\beta-\alpha)z - \beta = 0 \quad (2)$$

Identification des termes semblables des expressions (1) et (2)

$$\begin{cases} \alpha-1 = 2(i-1) \\ \beta-\alpha = -3i \\ -\beta = i+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2i-2+1 \\ \beta = -3i+\alpha \\ \beta = -i-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2i-1 \\ \beta = -3i+2i-1 = -i-1 \\ \beta = -i-1 \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (z-1)[z^2 + (2i-1)z - i-1] = 0$$

$$\Leftrightarrow 1) \quad z = 1$$

$$\text{ou } 2) \quad z^2 + (2i-1)z - (i+1) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2i-1)^2 + 4(i+1) = 4i^2 + 1 - 4i + 4i + 4$$

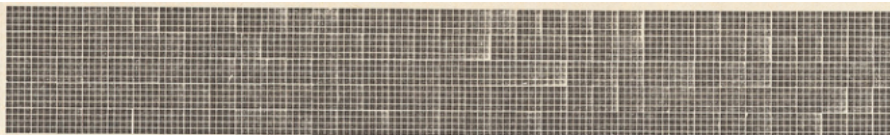
$$\Delta = -4 + 1 + 4 \quad \text{car } i^2 = -1$$

$$\Delta = 1$$

1 racine carrée de $\Delta = 1$

$\Delta \neq 0$ donc cette équation admet 2 solutions complexes distinctes.

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.



Cette équation du 2^e degré admet 2 solutions.
 $z^2 + (2i-1)z - (i+1) = 0$.

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2i+1+1}{2} = \frac{-2i+2}{2} = 1-i$$

$$z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2i+1-1}{2} = \frac{-2i}{2} = -i$$

Conclusion: L'équation (1) admet 3 solutions.

$$z = 1, z_1 = 1-i, z_2 = -i$$

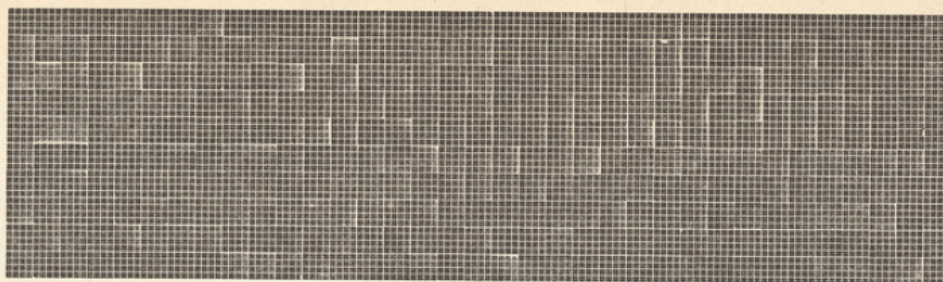
2^e exercice

Table d'addition dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.

$\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ contient 6 classes d'équivalence = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

+	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	4	5	0	1
3	3	4	5	0	1	2
4	4	5	0	1	2	3
5	5	0	1	2	3	4

x	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	4	5	0	1
3	3	4	5	0	1	2
4	4	5	0	1	2	3
5	5	0	1	2	3	4



Résoudre dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ le système :
$$\begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \quad (1)$$

$\begin{cases} 3x + 3y = 3 & (1) \\ x + 2y = 1 & (2) \end{cases}$ multiplions les 2 membres de (2) par 3, on obtient :
$$\begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ 3x + 6y = 3 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ 3x = 3 \end{cases}$$

$3x = 3 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = 3 \text{ ou } x = 5$.

1) $x = 1$ (S) $\Rightarrow \begin{cases} 3 + 3y = 3 \\ 1 + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 0 \\ 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \text{ ou } y = 2 \text{ ou } y = 4 \\ \text{et } y = 0 \end{cases}$

Conséquences : $(x = 1, y = 0)$ est 1 solution.

2) $x = 3$ (S) $\Rightarrow \begin{cases} 3 + 3y = 3 \\ 3 + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 0 \\ 2y = 1 - 3 = -2 = 4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \text{ ou } y = 2 \text{ ou } y = 4 \\ \text{et } y = 2 \text{ ou } y = 5 \end{cases}$

Conséquences : $(x = 3, y = 2)$ est 1 solution.

3) $x = 5$ (S) $\Rightarrow \begin{cases} 3 + 3y = 3 \\ 5 + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 0 \\ 2y = 1 - 5 = -4 = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \text{ ou } y = 2 \text{ ou } y = 4 \\ \text{et } y = 1 \text{ ou } y = 5 \end{cases}$

Conséquences : $(x = 5, y = 4)$ est 1 solution.

Conclusion : L'équation admet 3 solutions : $(1, 0)$ $(3, 2)$ $(5, 4)$

Vérification : $(1, 0)$ solution de (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 0 = 3 \\ 1 + 0 = 1 \end{cases} \quad \text{vrai}$

$(3, 2)$ solution de (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 0 = 3 \\ 3 + 4 = 7 = 1 \end{cases} \quad \text{vrai}$

$(5, 4)$ solution de (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 0 = 3 \\ 5 + 8 = 5 + 2 = 7 = 1 \end{cases} \quad \text{vrai}$