Admission aux centres PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.120
Auteur(s) : Chantal Carpentier
Type de document : travail d'élève
Période de création : 4e quart 20e siècle
Date de création : 1973
Matériau(x) et technique(s) : papier | encre noire
Description : Quatre copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.
Mesures : hauteur : 31,1 cm
largeur : 24 cm
Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), de la candidate Chantal Carpentier. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), catégorie 2 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est l'ENF ou ENI (Ecole Normale de Filles ou Ecole Normale d'Institutrices) se situant au 09, rue de Lille à Rouen. L'épreuve se déroule le 02 mai 1973. La note obtenue est de 09/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 09,75/20.
Mots-clés : Compositions et copies d'examens
Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire
Lieu(x) de création : Rouen
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 16 p. dont 13 p. manuscrites
Objets associés : 2024.0.126

Nom et Prénom : CARPENTIER CHANTAL

N° d'inscription : 53

Centre d'examen : Ecole Normale, 9 rue de Lille. ROUEN.

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur
9

Examen : Admission aux centres de PEGC
Session : de 1973.

Spécialité ou Série : scientifique C.

Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 1/

Note : $\frac{09}{20}$

Composition de MATHEMATIQUES.

Exercice I.

La suite des puissances de $\dot{4}$ dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ est l'ensemble défini par $\dot{4}^n$ lorsque n décrit $\mathbb{N}$;

Ainsi : $\dot{4}^0 = \dot{1}$ mod 5

$\dot{4}^1 = \dot{4}$ mod 5

$\dot{4}^2 = \dot{16}$ mod 5, or $16 = 3\times5+1$ donc $16 \equiv 1$ mod 5, et

$\dot{4}^2 = \dot{1}$ mod 5

$\dot{4}^3 = \dot{1}\times\dot{4}$ mod 5

$\dot{4}^3 = \dot{4}$ mod. 5

Selon que la puissance n de $\dot{4}^n$ est paire ou impaire, $\dot{4}^n$ est égale à la classe d'équivalence $\dot{4}$ ou ~~et~~ à la classe $\dot{4}$, modulo 5:

$$\forall n \in \mathbb{N}, \left\{\begin{array}{l} \dot{4}^{2n+1} = \dot{4} \text{ mod. } 5 \\ \dot{4}^{2n} = \dot{1} \text{ mod. } 5 \end{array}\right.$$

Conclusion:

La suite des puissances de $\dot{4}$ dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ se définit ainsi :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \dot{4}^{2n+1} = \dot{4} \text{ mod } 5$$
$$\dot{4}^{2n} = \dot{1} \text{ mod } 5$$

En déduire que $2^{4p+1}+3$ est divisible par 5:

Cherchons à quoi est congrus $2^{4p+1}+3$ modulo 5.

N. B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

$2^{4p+1}+3$ peut également se mettre sous la forme $2^{4p} \times 2 + 3$ ou encore $4^{2p} \times 2 \times + 3$, quel que soit p.

or: $\forall p \in \mathbb{N}$, $4^{2p} \equiv \overset{\times}{4} \mod 5$

donc $4^{2p} \times 2 \equiv 1 \times 2 \mod 5$

et $4^{2p} \times 2 + 3 \equiv 2 + 3 \mod 5$

$4^{2p} \times 2 + 3 \equiv 0 \mod 5$.

donc : quel que soit p entier naturel, $4^{2p} \times 2 + 3$ est divisible par 5.

1

Et comme, toujours quel que soit p, $2^{4p+1} + 3 = 4^{2p} \times 2 + 3$, nous en déduisons que :

pour tout p entier naturel, $2^{4p+1}+3$ est divisible par 5

étude limite ?

[redacted]

Nom et Prénom : CARPENTIER CHANTAL

N° d'inscription : 53 .

Centre d'examen : . 9 . rue de Lille . Rouen .

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : admission aux centres de PEGC

Session : Je 1973

Spécialité ou Série : scientifique C.

Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 2/

Note :

20

Composition de MATHEMATIQUES.

③ Etudier la fonction f_3 correspondant à $m = 3$.

$$x \longmapsto f_3(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 + 4x - 4}$$

La fonction f_3 est définie pour tout x tel que $x^2 + 4x - 4 \neq 0$, soit x différent de $(-2 - 2\sqrt{2})$ et de $(-2 + 2\sqrt{2})$

donc son ensemble de Définition $\mathcal{D}_3$ est : $\mathcal{D}_3 = \mathbb{R} - \{-2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2}\}$

1

Continuité : La fonction $f_3(x)$ étant le rapport de deux fonctions polynômes continues sur $\mathbb{R}$, est continue sur chacun des intervalles où elle est définie :

f_3 est continue sur $]-\infty, -2 - 2\sqrt{2}[\cup]-2 - 2\sqrt{2}; -2 + 2\sqrt{2}[\cup]-2 + 2\sqrt{2}, +\infty[$

Dérivabilité : f_3 est dérivable en tout point de son ensemble de Définition. Calculons donc ~~sa~~ sa dérivée f_3' :

$$f_3'(x) = \frac{(2x - 3)(x^2 + 4x - 4) - (2x + 4)(x^2 - 3x + 3)}{(x^2 + 4x - 4)^2}$$

2

$$f_3'(x) = \frac{2x^3 + 8x^2 - 8x - 3x^2 - 12x + 12 - 2x^3 + 6x^2 - 6x - 4x^2 + 12x - 12}{(x^2 + 4x - 4)^2} = \frac{7x^2 - 14x}{(x^2 + 4x - 4)^2}$$

N. B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.