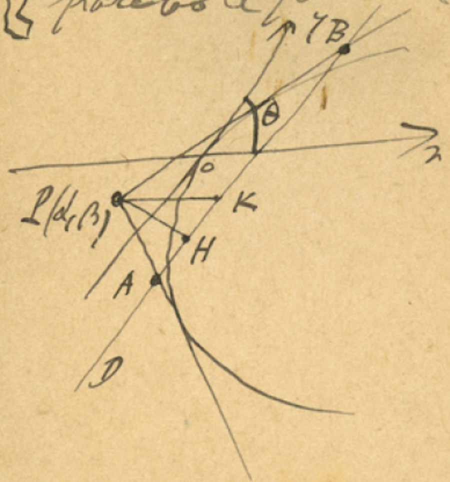
Sujet de l'Ecole Polytechnique

Numéro d'inventaire : 2016.90.92
Type de document : travail d'élève
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1925
Matériau(x) et technique(s) : papier cartonné
Description : Ensemble de fiches simples cartonnées tenues par un trombone. Ecriture sur le recto et verso des feuilles. MS encre noire et crayon bleu.
Mesures : hauteur : 19,2 cm ; largeur : 12,4 cm
Notes : Sujet de 1883 de l'Ecole Polytechnique repris comme exercice en 1925.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 16 p.
ill.
Lieux : Paris

É. I. 1883. Donné en conf en Janv 1929

I.

On donne la Par. P et la dr. D et on dem. le lieu des pts tels que les tang. menées de ce pt à la parabole forment avec la dr. D un tri. de surf donnée



Axes : dia de la dir D et tang à l'ext.

$y^2 - 2px = 0$

Soit $P(\alpha, \beta)$ un pt qq du pl. Men. les tg PA, PB et éval l'aire du tri PAB.

$$S = \frac{1}{2} AB \times PH$$

$$S = \frac{1}{2} |y_1 - y_2| PK . \sin\theta = \frac{1}{2} |y_1 - y_2| |\alpha - a| \sin\theta$$

en appelant a l'absc de D. Cal $|y_1 - y_2|$

Cher. les tang à la par. issues de $P(\alpha, \beta)$. Soien dans le pl un pt qq (x, y) et exp. que la dr. qui le joint au pt P coupe en 2 pts conf.

$$\left(\frac{\beta + \lambda y}{1+\lambda}\right)^2 - 2p \frac{\alpha + \lambda x}{1+\lambda} = 0$$

$$(y^2 - 2px)\lambda^2 + 2[\beta y - p(x+\alpha)]\lambda + \beta^2 - 2p\alpha = 0$$

$$(\beta^2 - 2p\alpha)(y^2 - 2px) - [\beta y - p(x+\alpha)]^2 = 0.$$

y_1 et y_2 sont rac. de

$$(\beta^2 - 2p\alpha)(y^2 - 2pa) - [\beta y - p(a+\alpha)]^2 = 0 \quad \text{ou}$$

$$2\alpha y^2 - 2\beta(a+\alpha)y + 2a(\beta^2 - 2p\alpha) + p(a+\alpha)^2 = 0$$

$$(y_1 - y_2)^2 = \frac{\beta^2(a+\alpha)^2}{\alpha^2} - 4\,\frac{2a(\beta^2 - 2p\alpha) + p(a+\alpha)^2}{2\alpha}$$

$$= \frac{\beta^2(a+\alpha)^2 - 2\alpha\left[2a(\beta^2 - 2p\alpha) + p(a+\alpha)^2\right]}{\alpha^2}$$

le Numérateur s'écrit $\beta^2(\alpha - a)^2 - 2p\alpha(\alpha - a)^2 = (\beta^2 - 2p\alpha)(\alpha - a)^2$

On a donc $S^2 = \dfrac{(\beta^2 - 2p\alpha)(\alpha - a)^4}{4\alpha^2} \sin^2\theta$

Eq du lieu : $(x-a)^4(y^2 - 2px) = K^4 x^2$, en app. $\frac{1}{2}K^2 \sin\theta$ la surf du triangle.

Courbe du 6e ordre. Dir. asy : $x^4 y^2 = 0$. Le pt à l'infini sur Oy est un pt quadruple