Agrégation des Sciences Mathématiques. Concours de 1912 : composition sur le calcul différentiel et intégral

Numéro d'inventaire : 2016.90.28
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministère de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1912
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 32 cm ; largeur : 21 cm
Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1912.
Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets
Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

CONCOURS DE 1912.

COMPOSITION

SUR LE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

Les axes de coordonnées ox, oy, oz, étant rectangulaires, on donne un cercle (γ), d'axe oz de rayon r et de cote $z=h$.

Par un point arbitraire M du cercle (γ) on mène un plan, tangent à ce cercle, et dont la position dépend uniquement de la position du point M sur ce cercle. Lorsque le point M décrit le cercle (γ) ce plan enveloppe une surface développable (S) dépendant d'une fonction arbitraire d'une variable, soit ω.

1° Déterminer la surface (S) et la courbe (C) section de cette surface par le plan xoy.

2° Comment doit-on choisir la fonction ω pour que la courbe (C) coïncide avec une courbe donnée (C_1) définie par son équation cartésienne?

Montrer que la représentation est possible d'un nombre limité de manières et indiquer à quelles surfaces (S) correspondent les autres solutions de l'équation différentielle déterminant ω.

Y a-t-il des courbes (C_1) exceptionnelles pour lesquelles la représentation par une courbe (C) est impossible?

3° Comment appliquera-t-on la représentation précédente d'une courbe plane à l'intégration d'une équation différentielle ordinaire?

Y a-t-il des équations différentielles exceptionnelles?

Intégrer l'équation du second ordre :

$$\frac{d^2y}{dx^2}\cdot\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)=\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2.$$

Comment peut-on découper, dans le plan xoy, les courbes intégrales, par déplacement et déformation d'une surface développable (S)?

Indiquer : des équations du premier ou du second ordre dont l'intégration se ramène aux quadratures, des équations du second ordre dont l'intégrale générale peut être découpée dans le plan xoy en utilisant le procédé mis en évidence pour l'équation précédente.

T.S.V.P.

4° On considère une famille de développables (S) dépendant d'un paramètre et sur chacune de ces développables on choisit une courbe déterminée (σ). Les courbes (σ) engendrant une surface (Σ) que l'on peut représenter par les coordonnées de l'un de ses points exprimées à l'aide de deux paramètres.

Inversement, étant donnée une surface (Σ_1) par son équation cartésienne, peut-on la représenter de la façon précédente?

5° Former l'équation aux dérivées partielles (E) déterminant les surfaces orthogonales à une famille donnée, et à un paramètre de développables (S).

6° Déterminer les développables (S) et intégrer l'équation (E), lorsque cette équation (E) admet comme solution particulière la surface (Σ_2), lieu des arêtes de rebroussement des développables (S).

La surface (Σ_2) appartient-elle à l'intégrale générale?

Existe-t-il des surfaces normales aux génératrices des développables (S)? Le calcul met-il en évidence la génération de ces surfaces en partant de l'une d'entre elles?