

Exercices de mathématiques

Numéro d'inventaire : 2015.8.4769

Auteur(s) : Pelletier

Type de document : travail d'élève

Période de création : 3e quart 20e siècle

Date de création : 1949 (entre) / 1952 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, carton

Description : Cahier agrafé, couverture verte, dos pelliculé noir, 1ère de couverture avec en haut à gauche une étiquette blanche à liseré bleu collée sur laquelle est manuscrit le nom de l'élève et "Ex. Math (classe)". Régure seyes, encre bleue, noire, rouge, crayon de bois. 1 demi-feuille blanche insérée.

Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17 cm

Notes : Cahier d'exercices: fonctions linéaires, homographiques, équations paramétriques d'une hypocycloïde, barycentre, trigonométrie, suite de nombres complexes, dérivée d'une fonction, identité d'Euler, polynômes...

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Enseignement technique et professionnel

Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.

Commentaire pagination : 114 p. manuscrites sur 122 p.

Langue : français.

Lieux : Aix-en-Provence

Pelletier

454

AM Aix

151-155

EXERCICES de MATHEMATIQUES

N° 1

Montrer que l'ensemble des fonctions linéaires forme un groupe relativement à l'opération consistant à prendre une fonction de fonction.

On a un groupe si dans un ensemble une opération interne a les trois propriétés :

- 1° Elle est associative
- 2° Elle a un élément neutre
- 3° Tout élément a un opposé.

Soient : $V_2 : y = ax + b$

$V_1 : y = cx + d$

$F : y = c(ax + b) + d$ fonction de fonction

Cette opération est interne car V_2, V_1, F sont des fonctions linéaires identiques.

Pour qu'une opération forme un groupe il faut qu'elle soit

1° associative : $y = ax + b$

$y = cx + d$

$y = c(ax + b) + d$ on peut passer de 1^{er} à 2^{e} sans rien changer

2° élément neutre : Soit $y = y$

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ y &= cx + d \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} y &= ax + b = y \\ y &= cx + d \end{aligned}$$

FAUT On substitue la valeur de y dans l'élément y donc $y = y$ est l'élément neutre.

3° Tout élément a un opposé

$$y = ax + b$$

$$y = Ax + B$$

$$y = A(ax + b) + B = Aax + Ab + B \text{ ceci doit être } ax + b$$

$$\text{soit } aA(A-1) = (A-1)B - B - Ab$$

$$\text{il faut } A = 1 \text{ et } B = 0 :$$

$$\text{d'où } y = y$$

L'ensemble des fonctions linéaires... a donc son élément neutre $y = y$

Car le résultat de l'opération est l'élément neutre, on a tous des éléments opposés.

Symétrique / bissectrice

N° 2

Montrer que l'ensemble des fonctions proportionnelles à la variable forme un groupe relativement à la même opération.

Fonctions proportionnelles de la forme $y = ax = V_2$
 $y = Ay = V_1$
 $y = Aax = F$

Associativité car en considérant les ensembles

$$y = ax \quad 1$$

$$y = Ay \quad 2$$

$$y = Aay \quad 3$$

on peut passer indifféremment de 1^{er} à 2^{e} ou de 2^{e} à 3^{e}

A chaque élément correspond un élément neutre :

$$y = ax = Aax$$

$$\text{soit } A = 1 \text{ d'où } y = y \text{ élément neutre}$$

Donc a-tout élément correspond un opposé

N° 3

Montrer que l'ensemble des fonctions homographiques forme un groupe relativement à la même opération.

Fonction de la forme $y = \frac{ax+b}{cx+d} = V_2$

$$y = \frac{Ay+B}{Cy+D} = V_1$$

$$F : y = \frac{A(\frac{ax+b}{cx+d}) + B}{C(\frac{ax+b}{cx+d}) + D} = \frac{Aax + Ae + Bcx + Bd}{Cax + Ce + Dcx + Dd}$$

$$y = \frac{x(Aa + Bc) + Ae + Bd}{x(Ca + Dc) + Ce + Dd}$$

c'est encore une fonction homographique → opération interne

Associativité : même raison que précédemment.

A chaque élément correspond un élément neutre si :

$$\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{x(Aa+Bc) + Ae+Bd}{x(Ca+Dc) + Ce+Dd}$$

$$(ax+b)[x(Ca+Dc) + Ce+Dd] = [x(Aa+Bc) + Ae+Bd][x(Ca+Dc) + Ce+Dd]$$

$$x(Ca+Dc) + Ce+Dd = x(Aa+Bc) + Ae+Bd$$

$$Ca+Dc = Aa+Bc$$

$$ax+b = cx+d$$

$$x(a-c) = d-b$$

$$a=c \quad d=b$$

$$c+d = a+b$$

N° 4

Montrer que l'ensemble des fonctions linéaires forme un groupe relativement à l'opération qui consiste à additionner 2 fonctions

Soient les fonctions $y = ax + b$ (1)

$$y = cx + d$$
 (2)

La somme $S : y + y = (a+c)x + b+d$ est encore une fonction linéaire donc opération interne.

Elle est associative car si on prend une 3^e fonction linéaire $p = mx + n$ (3)

on obtient la fonction linéaire S indifféremment en faisant la somme de (1)+(2) ou de (1)+(3) ou de (2)+(3)

Élément neutre : relativement à l'addition :

Tout élément ajouté à x donne x

$$y = ax + b + N \rightarrow y \rightarrow \text{élément neutre } y = 0 : \text{car } ax = 0$$

Tout élément a donc un opposé : si $y = 0 \rightarrow$ élément neutre

n°5 : M désignant le milieu de DB et N le milieu de AC, c'est-à-dire :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} \uparrow \uparrow 4 \overrightarrow{NM}$$

n°6 : α, β, γ étant les milieux des côtés BC, CA et AB, déterminer la somme géométrique $\overrightarrow{A\alpha} + \overrightarrow{B\beta} + \overrightarrow{C\gamma}$

n°7 : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ étant 2 vecteurs, quelle est la figure formée par les 4 points A, B, C, D et que

$$\overrightarrow{OA} \uparrow \uparrow \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$$

$$\overrightarrow{OB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{a} - \overrightarrow{c}$$

$$\overrightarrow{OC} \uparrow \uparrow -\overrightarrow{a} + \overrightarrow{c}$$

$$\overrightarrow{OD} \uparrow \uparrow -\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$$

n°8 : M étant le milieu de DB et N le milieu de AC, c'est-à-dire :

$$2\overrightarrow{MN} \uparrow \uparrow \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} \uparrow \uparrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$$

NB : Réviser sans figure

N° 5

M désignant le milieu de DB et N le milieu de AC, c'est-à-dire :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} \uparrow \uparrow 4 \overrightarrow{NM}$$

$$H \mid \overrightarrow{DM} \uparrow \uparrow \overrightarrow{MB}$$

$$\overrightarrow{AN} \uparrow \uparrow \overrightarrow{NC}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \uparrow \uparrow 2 \overrightarrow{AM}$$

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} \uparrow \uparrow 2 \overrightarrow{CM}$$

$$2(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}) \uparrow \uparrow 2(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA})$$

$$\text{soit } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} \uparrow \uparrow 4 \overrightarrow{NM} \text{ c'est-à-dire}$$

N° 6

α, β, γ étant les milieux des côtés BC, CA et AB, déterminer la somme géométrique $\overrightarrow{A\alpha} + \overrightarrow{B\beta} + \overrightarrow{C\gamma}$

$$\overrightarrow{A\alpha} \uparrow \uparrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\alpha}$$

$$\overrightarrow{B\beta} \uparrow \uparrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C\beta}$$

$$\overrightarrow{C\gamma} \uparrow \uparrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{A\gamma}$$

$$\overrightarrow{A\alpha} + \overrightarrow{B\beta} + \overrightarrow{C\gamma} \uparrow \uparrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$$

$$\uparrow \uparrow 0 \equiv 0 \equiv 0$$