

## Aide-mémoire Analyse, Géométrie analytique

**Numéro d'inventaire** : 2015.8.4277

**Auteur(s)** : Jacques Dumont

**Type de document** : travail d'élève

**Période de création** : 2e quart 20e siècle

**Date de création** : 1945 (vers)

**Matériau(x) et technique(s)** : papier ligné, carton, métal

**Description** : Cahier à spirales, couverture cartonnée rouge, 1ère de couverture avec, en haut, manuscrits à l'encre noire "Aide-mémoire I" souligné, le nom et prénom de l'élève, en bas "Papeterie Joseph Gibert, Gérance Veschambre, 30 boulevard Saint-Michel-Paris (6)" imprimé en noir. Régure de petits carreaux 0,5 cm sans marge, encre noire et bleue, crayon rouge.

**Mesures** : hauteur : 21 cm ; largeur : 14,5 cm

**Notes** : Cahier de définitions, théorèmes..., divisé en 2 parties, Analyse et Géométrie analytique. Analyse: analyse combinatoire; déterminants; systèmes d'équations linéaires; suites; limites d'une fonction; fonctions continues; fonctions de fonction; fonctions algébriques; fonctions circulaires directes; fonctions circulaires inverses; dérivées; théorèmes de Rolle, formule des accroissements finis, formules de Taylor et Mac-Laurin; variation d'une fonction; primitives; intégrales; fonctions transcendantes; développements limités, indéterminations; fonctions hyperboliques; séries numériques; fonctions de plusieurs variables; nombres complexes; racines d'une équation entière; racines réelles d'une équation; ; décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples; différentielles. Géométrie analytique: vecteurs libres; projections-composantes-coordonnées; produit scalaire; produit vectoriel; directions et angles; changements d'axes de coordonnées; équations des courbes et des surfaces; autres systèmes de coordonnées; la droite; plan et droite dans l'espace; éléments imaginaires-éléments à l'infini-coordonnées homogènes; birapport-homographie-involution; la sphère; lieux géométriques dans le plan; lieux dans l'espace; courbes planes d'équation  $y=f(x)$ ; fonctions vectorielles d'une variable scalaire; courbes planes; courbes d'équation  $f(x,y)=0$ .

**Mots-clés** : Calcul et mathématiques

**Filière** : Lycée et collège classique et moderne

**Autres descriptions** : Nombre de pages : Non paginé.

Commentaire pagination : 195 p. manuscrites sur 198 p.

Langue : français.

Aide-mémoire.

Analyse

Dumont Jacques  
CB



# Analyse Combinatoire.

## Permutations.

Toutes dispositions obtenues en écrivant  $m$  lettres dans un certain ordre.

$$P_m = m!$$

## Arrangements.

Toutes dispositions obtenues en écrivant  $p$  des  $m$  lettres. Deux dispositions st distinctes si elles diffèrent par leur ordre ou leur nature.

$$A_m^p = m(m-1) \dots (m-p+1).$$

## Combinaisons.

Toutes dispositions obtenues en écrivant  $p$  des  $m$  lettres. Deux dispositions st distinctes si elles diffèrent par leur nature.

$$C_m^p = \frac{A_m^p}{p!} = \frac{m(m-1) \dots (m-p+1)}{p!} = \frac{m!}{p!(m-p)!}$$

## Autres formules

$$C_m^p = C_{m-1}^p + C_{m-1}^{p-1} \quad (\text{tableau de Pascal})$$

## Formule du binôme. $(C_m^p = C_m^{m-p})$ .

$$(x+a)^m = x^m + C_m^1 a x^{m-1} + \dots + C_m^{m-1} a^{m-1} x + a^m.$$

$$(a+b+c+\dots+l)^2 = \sum a^2 + 2 \sum bc$$

$$(a+b+c+\dots+l)^3 = \sum a^3 + 3 \sum a^2 b + 6 \sum abc.$$

## Applications.

$$S_1 = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$S_3 = (S_1)^2.$$

## Déterminants.

### Termes.

On choisit  $n$  éléments du déterminant de façon que parmi ces  $n$  éléments il y ait un et un seul dans chaque ligne et dans chaque colonne.

$I =$  nb. d'inversions des lignes

$I' =$  nb. " " " colonnes

On a.

$$T = (-1)^{I+I'} a_{\alpha_1}^{\alpha_1'} a_{\alpha_2}^{\alpha_2'} \dots a_{\alpha_n}^{\alpha_n'}$$

### Déterminant

$$D = \sum (-1)^{I+I'} a_{\alpha_1}^{\alpha_1'} a_{\alpha_2}^{\alpha_2'} \dots a_{\alpha_n}^{\alpha_n'}$$

### Propriétés

- On peut intervertir lignes et colonnes de  $m$  rang.
- Si on multiplie chaque élément d'un déterminant ( $n$ ) par  $\lambda$ , ce det. est multiplié par  $\lambda^n$ .
- Si on intervertit 2 rangs parallèles on change le signe du déterminant.

### Mineur.

Le mineur  $A_p^q$  de  $a_p^q$  est le quotient par  $a_p^q$  de la somme des termes contenant  $a_p^q$ .

On obtient le mineur de  $a_p^q$  en supprimant la ligne et la colonne du déterminant contenant sur la  $p^{\text{e}}$

$$a_p A_p^p + A_p^p a_p^p + \dots + A_p^p A_p^p = 0 \text{ si } p \neq q.$$

### Théorèmes.

- Cf ex n° 3. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17.
- Si tous les éléments d'une  $m$  rangée forment le  $m$  facteur  $\lambda$ , on peut mettre  $\lambda$  en facteur dans le déterminant.
- Si chaque élément d'une colonne d'un det. est la somme de  $p$  éléments, le det. se compose de  $p$  det. obtenus en réduisant successivement la colonne à chacun des  $p$  termes.
- On ne modifie pas la valeur d'un det. si l'on laisse toutes les lignes intactes sauf la  $p^{\text{e}}$

on remplace les éléments de la  $p^{\text{e}}$  par les sommes. par colonnes du produit des éléments de cette colonne par les facteurs multiplicateurs des lignes.

## Systèmes d'équations linéaires

### Méthode.

Elle consiste à former une combinaison linéaire des équations données de manière à aboutir à des équations ne contenant plus qu'une inconnue.

### Système de Cramer.

C'est un système de  $n$  eq. à  $n$  inconnues dans lequel le det. des coeff. des inconnues est  $\neq 0$ .

### Théorème.

Etant donné un système de  $n$  eq. à  $n$  inconnues, de lequel le det.  $D$  des coeff. des inconnues est  $\neq 0$  (Cramer) ce système admet une solution et une seule.

$$x = \frac{D_1}{D} \quad y = \frac{D_2}{D} \quad z = \frac{D_3}{D} \dots$$

en désignant par  $D_i$  le det. déduit de  $D$  en y remplaçant les éléments de la  $i^{\text{e}}$  colonne par les éléments des seconds membres.

### Cas Général.

Définition: on appelle det. principal un mineur non nul extrait de  $T$  et d'ordre le plus élevé possible. On appelle inconnues et eq. principales celles dont les coeff. figurent dans le det. principal.

### Théorème de Rouche.

Etant donné un système de  $p$  eq. à  $n$  inconnues, on forme le tableau des coeff. des inconnues et on extrait le det. principal.

① Si l'ordre  $r$  du det. principal est égal au nombre  $p$  des eq. le syst. est résolu.