Agrégation des Sciences Mathématiques. Session spéciale d'octobre 1919 : mathématiques spéciales

Numéro d'inventaire : 2016.90.35
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministère de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1919
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm
Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1919.
Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets
Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 1 p.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SESSION SPÉCIALE D'OCTOBRE 1919.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

I. Sur une sphère de rayon a rapportée à 3 axes rectangulaires $Oxyz$ issus du centre, on considère la courbe (Γ) lieu des points dont la longitude θ est égale à la latitude.

Exprimer en fonction de θ les coordonnées d'un point de (Γ). Quelles sont les projections de (Γ) sur les plans de coordonnées ?

(Γ) admet un point double A. Quelles sont les perspectives de (Γ) sur le plan des yz lorsqu'on prend pour point de vue le point A, puis le point diamétralement opposé sur la sphere ? Quelle est la perspective de (Γ) sur le plan des xy, le point de vue étant le point B de la sphère qui a pour cote a ?

Il passe par (Γ) un cylindre circulaire (C); on développe celui-ci sur un plan après l'avoir ouvert suivant la génératrice menée par A; comment se développe (Γ) ? Comment s'enroule (Γ) quand on enroule (C) sur un cylindre de rayon double ?

II. On peut trouver dans le plan des xz une infinité de couples de points F F' symétriques par rapport à Ox et tels que la somme de leurs distances à tous les points de (Γ) soit constante. Construire le lieu (Σ) des points F F'; en donner une définition géométrique simple; indiquer une construction simple de la tangente en un point.

F et F_1 désignant deux points quelconques de (Σ), quelle relation y a-t-il entre leurs distances au point decrivant (Γ) ?

III. On considère les plans normaux à (Γ); construire l'enveloppe de leurs traces sur un plan parallèle au plan des xy.

Combien peut-on mener de normales à (Γ) par un point arbitraire ? Discuter, suivant la position de ce point dans l'espace, la réalité de ces normales.

Soit A B l'arc de (Γ) sur lequel on a : $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ et $z \geq 0$; il existe sur cet arc deux points M, M' où le plan normal est à une même distance δ du point double A. Montrer que la différence des arcs AM et BM' est égale à $\frac{1}{2}\delta$. [On établira d'abord que les longitudes de M et M' sont liées par une relation de la forme $\operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\theta' = \text{const.}$]

IV. Par (Γ) et un point de l'espace il passe une quadrique; discuter sa nature suivant la position de ce point dans l'espace.

T. S. V. P.

Trouver le lieu des points de vue tels que la perspective de (Γ) sur un plan ait deux points de rebroussement; ceux-ci sont-ils toujours réels?

Comment faut-il choisir le point de vue et le plan de projection pour que la perspective de (Γ) soit une courbe bicirculaire?

Le point de vue M étant pris dans le plan tangent en A à la sphère, la perspective de (Γ) sur un plan possède un point de contact avec elle-même et un autre point double ω; dans quelles régions doit se trouver le point M pour que ce point double ω soit effectif ou isolé?