

Algèbre

Numéro d'inventaire : 2015.8.4465

Auteur(s) : Suzanne Puard

Type de document : travail d'élève

Période de création : 2e quart 20e siècle

Date de création : 1935 (vers)

Matériau(x) et technique(s) : papier cartonné, papier ligné

Description : Cahier cousu, couverture souple bleue, dos toilé noir, impression en noir, 1ère de couverture avec, en haut manuscrit en noir "Chimie", dessous dans la moitié supérieure, un encart rectangulaire orné d'un encadrement ornemental décoré de guirlandes de fleurs, à l'intérieur est imprimé "Jupiter", sous ce mot, manuscrits en noir, le nom et prénom de l'élève, "chimie, I année". Réglure de lignage simple avec marge, encre noire, crayon rouge.

Mesures : hauteur : 22,5 cm ; largeur : 17,5 cm

Notes : Cahier d'exercices d'algèbre: signe d'une expression algébrique, inégalité du second degré, discriminant, simplification de fractions rationnelles, résolution d'inégalités, équations, équations bicarrées, équations et inégalités irrationnelles, progression géométrique.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Post-élémentaire

Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 31 p. manuscrites sur 565 p.

Langue : Français

couv. ill.

Algèbre

Discuter l'existence et le signe des racines

$$x^2 - 2(m-3)x - 6m = 0.$$

$$\frac{D}{4} = m^2 + 9.$$

$$m^2 + 9 > 0$$

$$P = -6m.$$

$$m < 0$$

$$S = 2(m-3)$$

m.	D	P = -6m.	S = 2(m-3)	R.
-∞	+	+	-	racines négatives
0	+	0	-	
3	+	-	0	$\left\{ \begin{array}{l} \text{2 racines négatives ou négatives et grande valeur absolue} \\ \text{2 racines opposées} \end{array} \right.$
∞	+	-	+	$\left\{ \begin{array}{l} \text{2 racines négatives contrairement la positive a la +} \\ \text{grande valeur absolue} \end{array} \right.$

$$3mx^2 - 2(m+1)x + m+3 = 0.$$

$$\frac{D}{4} = (m+1)^2 - m(m+3)$$

$$\frac{D}{4} = 1 - m.$$

$$1 - m > 0. \quad m < 1.$$

$$P = \frac{m+3}{m}$$

$$S = \frac{2(m+1)}{m}$$

m.	-∞	-3	-1	0	+	+∞
m+3	-	-	-	0	+	+
P	+	+	+	0	-	+
m+1.	-	-	-	0	+	+
P	+	+	+	+	0	-

m	D = 1-m	P = $\frac{m+5}{m}$	S = $\frac{(m+1)}{m}$	R
$-\infty$	+	+	+	2 racines positives
-3	+	+	+	$\alpha' < 0 < \alpha''$ 2 racines positives
-1	+	0	+	1 racine positive 1 racine nulle 1 racine négative
0	+	-	0	2 racines opposées
1	+	-	-	2 racines opposées
3	+	-	-	2 racines opposées
$+\infty$	-	+	+	2 racines positives

$$(m+5)x^6 + 2(m+1)x^5 + m+5 = 0$$

$$\frac{P}{S} = \frac{(m+5)}{(m+1)} = \frac{(m+5)}{(m+1)}$$

$$\frac{P}{S} = \frac{m+5}{m+1}$$

$$m \neq -1$$

$$P = \frac{m+5}{m+1}$$

$$S = \frac{2(m+1)}{m+5}$$

m	$-\infty$	-3	0	3	1	$+\infty$
S-m	-	-	-	-	0	+
m+5	-	-	-	-	0	+
P	+	+	+	+	+	+
m+1	-	-	-	-	0	+
R	+	+	+	+	+	+

m	D	P	S	R
$-\infty$	+	+	+	2 racines positives
-3	+	+	+	2 racines positives
-1	+	0	+	1 racine positive 1 racine nulle 1 racine négative
0	+	-	0	2 racines opposées
1	+	-	-	2 racines opposées
3	+	-	-	2 racines opposées
$+\infty$	-	+	+	2 racines positives

Lundi 18 novembre 1935

Soit l'équation $ax^6 + bx + c = 0$ ayant pour racines α_1, α_2

Soient l'équation qui admet pour racines $\frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_2}$

Cette équation est de la forme $x^6 - Sx + P = 0$

$$S = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2} \quad \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{b}{a}$$

$$\alpha_1 \alpha_2 = \frac{c}{a}$$

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{b}{c}$$

$$S = \frac{b}{c}$$

$$P = \frac{c}{a}$$

L'équation est donc

$$x^6 + \frac{b}{c}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$cx^6 + bx + a = 0$$

On a la courbe de la 1^{re} équation on remarque que la 1^{re} et la 3^{me} coefficients sont intervertis

Soient une équation du 6^{me} degré ayant pour racines

$$1) \quad \alpha_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad \alpha_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$2) \quad \alpha_1 = \frac{1}{\alpha_2}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{\alpha_1}$$

$$3) \quad \alpha_1 = -\alpha_2, \quad \alpha_2 = -\alpha_1$$

$$4) \quad \alpha_1 = \alpha_2, \quad \alpha_2 = \alpha_1$$

L'équation est de la forme $x^6 - Sx + P = 0$

$$S = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 1$$

$$P = \frac{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}{4} = -1$$

$$x^6 - x - 1 = 0$$

$$S = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$P = \frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$x^6 + x - 1 = 0$$

$$S = -\alpha_1 - \alpha_2 = -(1+\sqrt{5}) - (1-\sqrt{5}) = -2$$

$$P = (-\alpha_1)(-\alpha_2) = \alpha_1 \alpha_2 = 1$$

$$x^6 + 2x - 1 = 0$$

$$S = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \quad \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = (\alpha_1 + \alpha_2)^2 - 2\alpha_1 \alpha_2$$

$$= 1 - 2 = -1 \quad S = -1$$

$$P = \alpha_1^2 \alpha_2^2 = 1$$

$$x^6 - x - 1 = 0$$

les résultats obtenus

Le résultat est 3 sont une approximation de $\frac{1}{2}$ produit des racines est égal à -1 ; les 3 racines $\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}, 1$ sont inverses et opposées

Soit l'équation du 6^{me} degré (la troisième)

$(3m+1)x^6 - 3m + 1 = 0$ Soient la valeur de x pour laquelle la troisième est négative

La troisième a-t-elle des racines ?

$$b^2 - 4ac = 9 - 4(3m+1)(3m+1)$$

$$= 9 - 16m(3m+1)$$

$$= 9 - 48m^2 - 16m$$

Le discriminant est en troisième en m qui peut être nul pour des racines

$$\frac{b^2}{4} = 9(4+9)$$

$$\frac{b^2}{4} = 81$$

$$m_1 = \frac{9 + \sqrt{81}}{-36} = \frac{-9 - \sqrt{81}}{-36}$$

$$m_2 = \frac{9 - \sqrt{81}}{-36} = \frac{-9 + \sqrt{81}}{-36}$$

1^o Le discriminant est positif pour les valeurs de m comprises entre les 2 racines m_1 et m_2

$$-9 - \sqrt{81} < m < -9 + \sqrt{81}$$

2^o Le discriminant est nul pour $m = m_1$
 $m = m_2$