Agrégation des Sciences Mathématiques. Concours de 1914 : mathématiques spéciales

Numéro d'inventaire : 2016.90.32
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministère de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1914
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm
Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1914.
Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets
Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.

skin museum
Export articles
PDF sub-titles

MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

CONCOURS DE 1914.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

On donne un hyperboloïde à une nappe rapporté à ses axes et dont l'équation est

$$\frac{x^2}{\lambda^2}+\frac{y^2}{\mu^2}-\frac{z^2}{\rho^2}-1=0.$$

I. Il existe deux familles de tels hyperboloïdes susceptibles d'être engendrés par l'intersection de plans rectangulaires passant respectivement par deux droites fixes; on peut passer d'un hyperboloïde H de la première famille à un hyperboloïde H′ de la seconde famille par rotation d'un angle droit autour de oz.

Soient D, Δ les droites fixes relatives à H; D′, Δ' les droites fixes relatives à H′; trouver les surfaces lieux de D, Δ et de D′, Δ', quand λ, μ varient, ρ étant fixe.

Il existe des plans P parallèles au plan xoy, coupant ces surfaces suivant deux courbes qui ont un point commun A situé sur oz et un point commun B réel situé dans le trièdre $oxyz$; évaluer l'aire limitée par les arcs AB des deux courbes, ainsi que le volume engendré par cette aire quand le plan P a une cote variant de z_1 à z_2.

II. A un hyperboloïde H_1 de la première famille, on peut faire correspondre une infinité d'hyperboloïdes de la seconde famille tels que les droites fixes relatives à H_1 et les droites fixes relatives à un de ces derniers forment un quadrilatère gauche; soit H_2 un tel hyperboloïde; D_1, Δ_1 et D_2, Δ_2 les droites fixes relatives respectivement à H_1 et à H_2; ABCD, le quadrilatère formé par ces droites; montrer que l'hyperboloïde H_3 engendré par l'intersection de deux plans rectangulaires passant respectivement par les diagonales du quadrilatère ABCD appartient au faisceau ponctuel linéaire défini par H_1 et H_2, que les pieds a, b, c, d des hauteurs Aa, Bb, Cc, Dd du tétraèdre ABCD sont sur la courbe du faisceau et que les droites, autres que les hauteurs, qui joignent les points A, B, C, D aux points a, b, c, d sont sur un hyperboloïde H_1, H_2 ou H_3.

III. L'hyperboloïde H_1 étant donné, on peut, par un point A de l'espace, faire passer deux hyperboloïdes H_2 de la seconde famille définis

comme il a été indiqué (II); sur quelle surface S doit se trouver A pour que ces hyperboloïdes H_2 soient confondus. On peut, de même, par le point A faire passer deux hyperboloïdes H_3, définis comme il a été indiqué (II); sur quelle surface S′ doit être A pour que ces hyperboloïdes H_3 soient confondus. Montrer que H_1 coupe S et S′ suivant la même courbe C et que l'intersection de S et S′ se compose de la courbe C et d'une courbe imaginaire.

IV. Construire la projection Γ sur le plan *xoy* de la courbe C; montrer que Γ est l'enveloppe de cercles orthogonaux à un cercle fixe et trouver le lieu des centres de ces cercles.

Trouver le lieu des milieux des cordes de la courbe Γ qui passent par l'origine.