
Agrégation des Sciences Mathématiques. Concours de 1919 : mathématiques spéciales

Numéro d'inventaire : 2016.90.37

Type de document : texte ou document administratif

Éditeur : Ministère de l'Instruction publique

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1919

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.

Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm

Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1919.

Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets

Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 2 p.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

CONCOURS DE 1919.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

I. Sur la surface conoïde (C) ayant pour équation en coordonnées rectangulaires : $z = a \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ ($a > 0$) on considère la courbe (A) dont la projection sur le plan oxy a pour équation polaire : $\rho^2 = b^2 \sin 2\theta$, o étant le pôle et ox l'axe polaire.

Vérifier que le plan tangent à la surface (C) en un point quelconque de la courbe (A) est osculateur à (A).

Exprimer les coordonnées d'un point de (A) en fonction rationnelle d'un paramètre.

Par la courbe (A) on peut faire passer un hyperboloïde (H) dont l'équation est de la forme : $Axy + Bz^2 + C = 0$. Chaque génératrice de (H) rencontre (A) en un point ou trois points.

On considère une génératrice de (H) rencontrant (A) en trois points M_1, M_2, M_3 . Trouver le lieu du centre des moyennes distances de M_1, M_2, M_3 lorsque la génératrice varie.

II. Former l'équation tangentielle de la surface (C)

Montrer que (C) est sa propre polaire réciproque par rapport à une infinité de quadriques (Q) ayant pour équation :

$$\lambda x^2 + \mu y^2 + z^2 + \frac{2a^2}{\nu} z + a^2 = 0$$

(λ, μ, ν) désignant les coordonnées d'un point arbitraire de (C).

Trouver l'enveloppe des quadriques (Q). Elle comprend un conoïde (C') qui est polaire réciproque de (C) par rapport à l'hyperboloïde (H) de la première partie.

III. Tout plan P passant par une génératrice rectiligne G de (C) coupe en outre la surface suivant une ellipse E dont la projection sur le plan des xy est un cercle passant par l'origine o des coordonnées. Réciproquement tout cercle $x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y = 0$ du plan des xy est projection d'une ellipse tracée sur (C)

Montrer que toutes les ellipses E ont la même distance focale.

T. S. V. P.

On considère sur (C) les ellipses E dont le petit axe a une longueur donnée $2R$. Leurs plans P enveloppent une surface développable (Δ). Construire la trace de Δ sur le plan des xy .

Trouver l'arête de rebroussement (Γ) de (Δ) et construire sa projection sur oxy . Comment se développe (Γ) quand on développe sur un plan le cylindre projetant (Γ) sur le plan des xy .

Par (Γ) on peut faire passer une quadrique de révolution autour de oz . Trouver le lieu de (Γ) quand R varie.

IV. Comment se coupent les deux surfaces (C) et (Δ)?

