Algèbre

Numéro d'inventaire : 2015.8.4332
Auteur(s) : Francis Pellequer
Type de document : travail d'élève
Imprimeur : H. Adam
Période de création : 2e quart 20e siècle
Date de création : 1927 (vers)
Inscriptions :
• lieu d'impression inscrit : Poitiers
Matériau(x) et technique(s) : papier ligné
Description : Cahier; couverture souple de couleur orangée; portant l'inscription "Ecole supérieure et professionnelle de garçons, Montpellier". Une bande noire sur la reliure porte une étiquette. La cahier est manuscrit à l'encre bleue avec des annotations au crayon à papier en marge.
Mesures : hauteur : 22,04 cm ; largeur : 17,02 cm
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : École primaire supérieure
Niveau : 4ème
Lieu(x) de création : Poitiers
Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : nombre de pages manuscrites 45 nombre de pages total 51
Lieux : Montpellier

Algèbre

Effectuer:

1°) $(a-b)(a+b-2c)+(b-c)(b+c-2a)+(c-a)(c+a-2b)=$
$a^2+ab-2ac+2bc-ab-b^2+b^2+cb-2ab-cb-c^2+2ac+c^2+ac-2bc$
$-ac-a^2+2ab=0$. Ce resultat était à prévoir par suite de la symétrie.

2°) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=x^4+4x^3+x^3+3x^3+2x^3+12x^2+6x^2+$
$2x^2+4x^2+8x^2+3x^2+24x+6x+12x+8x+24=x^4+10x^3+35x^2$
$+50x+24$.

3°) $(x+a)(x-a)(x^2-ax+a^2)(x^2+ax+a^2)=(x^3-a^3)(x^3+a^3)=x^6-a^6$.

4°) $\dfrac{1}{x(x-y)(x-z)}+\dfrac{1}{y(y-x)(y-z)}+\dfrac{1}{z(z-x)(z-y)}=$

$\dfrac{yz(z-y)+xz(x-z)+xy(y-x)}{xyz(x-y)(y-z)(z-x)}=\dfrac{yz^2-y^2z+x^2z-xz^2+xy^2-x^2y}{xyz(x-y)(y-z)(z-x)}=$

$\dfrac{y(z+x)-xz-y^2}{xyz(x-y)(y-z)}=\dfrac{1}{xyz}$

11 octobre. – Identification des polynômes.

1°) Déterminer abcd pour que le polynôme
$7x^4-2x^2+3(a+b)x+2x^3+12d-cx^2+x^3(ax+c+d)$ soit identiquement nu[l]
$x^4(7+a)+x^3(2+c+d)+x^2(-2-c)+x(3a+3b)+12d\equiv 0$.
$a=-7$. – $d=0$. – $c=-2$. – $b=7$.

2°) Calculer par log la valeur
$$x=\sqrt[3]{(29.83)^2}\times\sqrt[2]{(17,53)^3}.$$

$\log x = \frac{1}{3} \log (29.85)^2 + \frac{1}{2} \log (17,53)^3$

$\log 29.85 = 1,47494$ | $\frac{2}{3} \log 29,85 = 0,98329$

$\log 17,53 = 1,24378$ | $\frac{3}{2} \log 17,53 = 1,86567$

$\log x = 2,84896$

$x = 706,3.$

11 octobre 1°) Déterminer abc de telle façon que l'on ait.

$$\frac{7x^2-6x+1}{(x-3)(x^2-3x+2)} = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x-1}$$

On peut remplacer également x par des valeurs quelconques sauf par 3, 2, 1. Pour qu'un polynôme soit identiquement nul il faut et il suffit que les coefficients de x soient nuls.

On multiplie les deux membres par x-3 on a $\frac{7x^2-6x+1}{(x-2)(x-1)} = a + \frac{b(x-3)}{x-2} + \frac{c(x-3)}{x-1}$

on remplace x par 3 et on a $\frac{b(x-3)}{x-2}$ et $\frac{c(x-3)}{x-1}$ sont égaux à 0.

donc $\frac{7x^2-6x+1}{(x-2)(x-1)} = a$ d'où a = 23.

$7x^2-6x+1 \equiv a(x-2)(x-1) + b(x-3)(x-1) + c(x-3)(x-2)$

$7x^2-6x+1 \equiv a(x^2-3x+2) + b(x^2-4x+3) + c(x^2-5x+6)$

$x^2(7-a-b-c) + x(6+3a+4b+5c) + 1-2a-3b-6c = 0$

$$\begin{cases} a+b+c=7. \\ 3a+4b+5c=+6 \\ 2a+3b+6c=1 \end{cases} \quad \begin{cases} -b-4c=13 \\ +b+2c=\mp 15 \\ a+b+c=7 \end{cases} \quad \begin{cases} c=\frac{1}{6}1 \\ b=-\frac{17}{3} \\ a=\frac{123}{6} \end{cases}$$

2°) Résoudre $\begin{cases} x+y+z=0 & (1) \\ ax+by+cz=0 & (2) \\ bcx+acy+abz=1 & (3) \end{cases}$

Multiplions (1) par a et retranchons (2) de (1)

$y(a-b)+z(a-c)=0. \quad (4)$

Multiplions (1) par bc et retranchons (3) de (1)

$y(bc-ac)+z(bc-ab)=-1. \quad (5)$

En multipliant (4) par c et en retranchant (5) de (4)

on a $z = \frac{1}{(c-b)(c-a)}$. Par symétrie on doit avoir

$x = \frac{1}{(a-b)(a-c)}$ et $y = \frac{1}{(b-a)(b-c)}$

18 octobre <u>Division des polynômes.</u>

1°) Déterminer p et q de telle façon que le polynôme $x^5-7x^4+15x^2+px+q$ soit divisible par x^3-2x+1

$(ax^2+bx+c)(x^3-2x+1) \equiv x^5-7x^4+15x^2+px+q$

$ax^5+bx^4+(c-2a)x^3+(a-2b)x^2+(b-2c)x+c \equiv x^5-7x^4+15x^2+px+q$

$a=1$, $b=-7$, $c-2a=0$, $a-2b=15$, $b-2c=p$, $c=q$

$a=1$, $b=-7$, $c=2$, $p=-11$, $q=2$

$$\begin{array}{l|l} x^5-7x^4+15x^2+px+q & x^3-2x+1 \\ -x^5+2x^3-x^2 & x^2-7x+2 \\ \quad -7x^4+2x^3+14x^2 & \\ \quad +7x^4-14x^2+7x & \\ \quad\quad +2x^3-0x^2+x(p+7)+q & \\ \quad\quad -2x^3+4x-2 & \\ \quad\quad\quad +0x^2+x(p+11)+q-2 & \end{array}$$

Il faut donc que $p+11=0$ et $q-2=0$

ce qui donne $p=-11$ et $q=2$

2°) Diviser $x^4+[4a^2-3(a+b)]x^3-12a^2(a+b)x^2+[4a^2+3(a+b)]c^2x \mp c^4$ par $x^2+4a^2x-c^2$

$$\begin{array}{l|l} x^4+[4a^2-3(a+b)]x^3-12a^2(a+b)x^2+[4a^2+3(a+b)]c^2x \mp c^4 & x^2+4a^2x-c^2 \\ -x^4-4a^2x^3+c^2x^2 & x^2-3(a+b)x \\ \quad -3(a+b)x^3+x^2(c^2-12a^2(a+b)) & \\ \quad +3(a+b)x^3+x^2[12a^2(a+b)]-3c^2(a+b)x & \\ \quad\quad c^2x^2+4a^2c^2x \mp c^4 & \\ \quad\quad -c^2x^2-4a^2c^2x+c^4 & \\ \quad\quad\quad 2c^4 & \end{array}$$

La division donne pour quotient $x^2-3(a+b)x+c^2$

3°) Résoudre le système $\begin{cases} x+y+z=0 & (1) \\ (a+b)x+(b+c)y+(c+a)z=0 & (2) \\ abx+bcy+caz=0 & (3) \end{cases}$

Multiplions (1) par ab et retranchons (3) de (1)

$y(b(c-a)) + z(a(c-b)) = 0. \quad (4)$

Multiplions (1) par (a+b) et retranchons (2) de (1)

$y(c-a)+z(c-b)=0. \quad (5)$

Multiplions (5) par b et retranchons (5) de (4)

$z(a-b)(c-b)=0.$

D'où z = 0 (solution évidente sans faire le calcul) où a = b ou c = b et alors les valeurs sont indéterminées

21 Octobre <u>Division par x-a.</u>

1°) Trouver sans faire la division le quotient et le reste de $7x^4-3x^3-2x^2-x+6$ par $x+3$.

Le reste de la division par x+3 se trouvera en remplaçant x par -3.

$7\times 81+3\times 27-18+3+6=639$

Le quotient donné par la règle de la division

$7x^3+(-3+7\times -3)x^2+(-2+24\times -3)x+(-1+70\times 3)$

$7x^3-24x^2+70x-211.$

2°) Résoudre l'équation $(m+n)^2x^2-(m-n)(m^2-n^2)x-2mn(m^2+n^2)$

Il faut d'abord calculer le discriminant Δ

Chercherons les racines de cette équation

$$\frac{(m-n)(m^2-n^2) \pm \sqrt{(m-n)^4(m+n)^2+8mn(m^2+n^2)(m+n)^2}}{2(m+n)^2}$$

Cette équation est divisible par m+n car le reste est nul. Le quotient est: $(m+n)x^2$

$$\frac{(m-n)(m^2-n^2) \pm \sqrt{(m+n)^2[(m-n)^4+8mn(m^2+n^2)(m+n)]}}{2(m+n)^2} =$$

$$\frac{(m-n)(m^2-n^2) \pm \sqrt{(m+n)^2[m^3(1+8n^2)+3mn(n-m)+n^3(8m^2-1)+8mn(m^2+n^2)]}}{2(m+n)^2}$$

Cette équation est irrationnelle.

$\Delta > 0 \quad m \neq n \quad 0 < m^3(1+8n^2)+3mn(n-m)+n^3(8m^2-1)+8mn(m^2+n^2)$

$$x' = \frac{(m-n)^2(m+n) \pm (m+n)^2(m+n)^2}{2(m+n)^2}$$

$$x'' = \frac{(m-n)^2(m+n) \pm (m+n)^3}{2(m+n)^2} = \frac{(m-n)^2 \pm (m+n)^2}{2(m+n)}$$

$$x' = \frac{2(m^2+n^2)}{2(m+n)} = \frac{m^2+n^2}{m+n}$$

$$x'' = \frac{-2mn}{m+n}$$

22 octobre. <u>Décomposition des polynômes en facteurs.</u>

1° méthode: méthode des diviseurs binômes

ex. $x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$.

$2x^5-14x^3-12x^2 = x^2(2x^3-14x-12) = x^2(x+1)(x+2)(x-3)$

2° méthode: méthode des identités

$4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2 = (2ab+a^2+b^2-c^2)(2ab-a^2-b^2+c^2) =$

$[(a+b)^2-c^2][c^2-(a-b)^2] = (a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(c-a+b)$

1°) Un polynôme divisé par x - 3 donne comme reste 7; divisé par 2x + 5 il donne comme reste -4; divisé par 3x - 2 il donne comme reste 2. Trouver le reste de la division par le produit (x-3)(2x+5)(3x-2)(x+1) sachant que le reste de la division par x + 1 est 1.

Le diviseur étant du quatrième degré, le quotient sera au plus du 3° degré et se représentera par $ax^3+bx^2+cx+d=0$.

$P(x) = (x-3)(2x+5)(3x-2)(x+1)Q_x+R.$