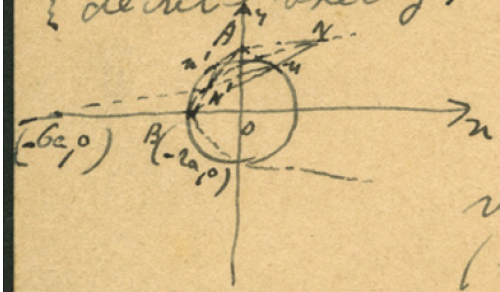
Sujet de l'Ecole Normale

Numéro d'inventaire : 2016.90.90
Type de document : travail d'élève
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1921
Matériau(x) et technique(s) : papier cartonné
Description : Ensemble de fiches simples cartonnées tenues par un trombone. Ecriture sur le recto et verso des feuilles. MS encre noire et crayon à papier.
Mesures : hauteur : 20 cm ; largeur : 12,4 cm
Notes : Sujet de 1895 de l'Ecole Normale repris comme exercice lors d'une conférence du 14 mars 1921.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 12 p.
ill.
Lieux : Paris

Conférence du lundi. 14 mars. 1921. E.N. (1898) 1

Un cercle (C) et une parabole (P) sont repérés, en coord. rect., par les éq.
(C) $x^2+y^2-4a^2=0$ (P) $y^2-2ax-4a^2=0$.
D'un pt A pris sur l'axe Oy on mène les tangentes, dont les points de contact sont M et M', et les tg à la parabole, dont les points de contact sont N et N'.
1° Dém. que chacune des dr. MN, MN', M'N, M'N' passe par un pt fixe, lorsque le pt A décrit l'axe Oy.



Si le th. est vrai le point fixe est situé sur l'axe des x. Je prends sur le cercle le point $(2a\cos\varphi, 2a\sin\varphi)$, et sur la parabole le point $\left(\frac{y^2-4a^2}{2a}, y\right)$. La droite qui les joint coupe l'axe des x au point P d'absc

$$\frac{(y^2-4a^2)\sin\varphi - 2ay\cos\varphi}{2a\sin\varphi - y}.$$

En exprimant que les tang. au cercle et à la parabole aux points φ et y que l'on a considérés coupent Oy au même point, on trouve

$$\sin\varphi = \frac{4ay}{y^2+4a^2}, \quad \text{d'où } \cos\varphi = \frac{\pm(y^2-4a^2)}{y^2+4a^2}$$

Il faudra prendre + si $\cos\varphi$ et y^2-4a^2 sont de même signe (MN, M'N'), − si $\cos\varphi$ et y^2-4a^2 sont de sign. contraires (MN', M'N). Cela étant l'absc du point P devient

$$\frac{(y^2-4a^2)(-4ay \pm 2ay)}{y(y^2-4a^2)} = -2a \text{ ou } -6a,$$

suivant qu'on prend le signe + ou le signe −.