Examen probatoire pour passer en 1ère. Sujets de mathématiques (1952 à 1964).

Numéro d'inventaire : 1989.00282 (1-6)
Type de document : imprimé divers
Date de création : 1964
Description : 5 feuilles simples imprimées et 1 manuscrite.
Mesures : hauteur : 211 mm ; largeur : 135 mm
Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets
Calcul et mathématiques
Filière : Lycée et collège classique et moderne
Niveau : 2nde
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : 11

I. QUESTION DE COURS

Le candidat doit traiter l'une des trois questions suivantes, au choix

I

Résolution de l'équation $\sin x = \sin a$ où a est un arc donné.

Application : résoudre l'équation $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$.

II

Section plane d'une sphère.

III

Montrer qu'une condition nécessaire et suffisante pour que deux plans soient perpendiculaires est que l'un d'eux contienne une droite perpendiculaire à l'autre.

II. PROBLÈME (*obligatoire pour tous les candidats*)

On donne deux axes de coordonnées rectangulaires $x'Ox$, $y'Oy$. Un point M décrit $x'x$ d'un mouvement uniforme de vitesse algébrique égale à 2. A l'instant $t = 1$, $\overline{OM} = 6$. Un point N décrit $y'y$ d'un mouvement uniforme. A l'instant $t = -1$, $\overline{ON} = 10$. A l'instant $t = 2$, $\overline{ON} = -2$.

1° Former les équations des mouvements de M et de N. Calculer la distance MN en fonction de t et étudier la variation du carré de cette distance.

2° Calculer en fonction de t les coordonnées du milieu I de MN. Trouver une relation indépendante de t liant ces coordonnées; en déduire que la trajectoire de I est rectiligne. Dessiner cette trajectoire. Calculer la distance parcourue par I entre l'instant t et l'instant $t + 1$. Préciser la nature du mouvement de I.

113

Tournez la page S. V. P.

J. Z. 848072

Ex. probatoire A'CM. Juin 1954

1

Le candidat doit traiter LES DEUX *exercices* ET *le problème*

EXERCICES (*8 points*)

I

Résoudre l'équation : $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2x.$

II

Soit ABCD un carré de côté a. Sur la perpendiculaire en D au plan de ce carré, on prend un point E tel que $DE = a$.

Quelle est la nature de chaque face du tétraèdre EABC ? Montrer que les arêtes AC et BE sont orthogonales.

PROBLÈME (*12 points*)

1° Étudier les variations de la fonction $y = \frac{1+x}{1-x}$. Tracer avec soin sa ligne représentative H dans un repère orthonormé, d'axes $x'Ox$, $y'Oy$, en prenant le centimètre pour unité de longueur.

2° On désigne par D la droite d'équation $y = x$. P étant un point quelconque du plan, non situé sur D, on mène par P la parallèle à $x'Ox$; elle coupe D en P′. Montrer que l'abscisse de P′ est égale à l'ordonnée de P.

3° Soit alors P_1 le point de la courbe H d'abscisse $a_1 = +2$. La parallèle à $x'Ox$ menée par P_1 coupe D en P'_1 et la parallèle à $y'Oy$ menée par P'_1 coupe H en P_2; calculer l'abscisse a_2 de P_2. On recommence à partir de P_2 la construction précédente, c'est-à-dire qu'on mène par P_2 la parallèle à $x'Ox$ qui coupe D en P'_2, puis par P'_2 on mène la parallèle à $y'Oy$ qui coupe H en P_3; calculer l'abscisse a_3 de P_3.

Par le même procédé, construire P_4 à partir de P_3, puis P_5 à partir de P_4; calculer les abscisses a_4 et a_5 de P_4 et P_5 et constater que P_5 est confondu avec P_1.

121

Tournez la page S. V. P.

J. 081035

348 914

MATHÉMATIQUES

Sections A, C, T

COEFFICIENTS : 2 (section A);
3 (section C);
4 (section T).

I

Soit P un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A tout point M de P, on fait correspondre le couple (x, y) de coordonnées de ce point dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On définit dans P une application f par :

$$f : P \to P$$
$$f : M(x, y) \longmapsto M'(-y, -x).$$

2 1° Trouver les coordonnées des points A′, B′, C′, E′, images respectives des points A $(-3, +4)$, B$(+7, -1)$, C$(6, -6)$, E$(-3, +3)$.

2 2° Les points F$(4, -6)$ et G$(-8, -3)$ sont-ils images d'éléments de P?

2 3° *a.* Quelle est l'image de $M'(-y, -x)$ par l'application f?

b. Montrer que f est une bijection.

2 4° *a.* Montrer qu'il existe dans P des points invariants par f (c'est-à-dire qui sont égaux à leur propre image).

b. Quelle est la relation liant les coordonnées de tels points? En déduire que l'ensemble D de ces points est une droite dont on déterminera l'équation.

2 5° *a.* Calculer les distances $d(A, B)$ et $d(A', B')$. Que remarque-t-on?

b. Montrer que, pour n'importe quels points $M(x, y)$ et $N(x', y')$, on a :

$$d(M, N) = d(M', N').$$

Que peut-on en déduire pour l'application f?

J. 1915 **Tournez la page S. V. P.**