Mathématiques : Géométrie

Numéro d'inventaire : 2015.8.4742
Auteur(s) : Michelle Flavin
Type de document : travail d'élève
Période de création : 3e quart 20e siècle
Date de création : 1959
Matériau(x) et technique(s) : papier ligné
Description : Ensemble de 2 feuilles doubles et 1 feuille simple, réglure type "papier millimétré" avec marge, encre bleue, noire, rouge, crayons de bois et rouge.
Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17 cm
Notes : Evaluation, 2e trimestre, notée : nature d'un quadrilatère, démontrer qu'un segment est tangent à un cercle et parallèle à une autre tangente; triangle circonscrit à un cercle, trouver le point d'intersection des bissectrices intérieures.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Lycée et collège classique et moderne
Niveau : 2nde
Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.
Commentaire pagination : 10 p. manuscrites sur 10 p.
Langue : français.

Flavin Michelle
2EN

15/20

Vendredi 16 Janvier 1959.

Mathématiques

Géométrie

1/ D'un point M d'un cercle on mène la perpendiculaire MC au diamètre AB puis on décrit les cercles de diamètre AC et BC qui coupent MA et MB en D et E.

1) Quelle est la nature du quadrilatère MDCE ? Montrer que DE est tangente au cercle ADC et BEC.

2) Démontrer que DE est parallèle à la tangente en M au cercle ABM.

I | Lorsqu'on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un diamètre on obtient un angle droit ; donc :

$\widehat{AMB} = 90°$ $\widehat{ADC} = 90°$ $CEB = 90°$

Le supplément de $\widehat{ADC}$ est MDC
Puisque $\widehat{ADC} = 90° \rightarrow \widehat{MDC} = 90°$
De même, le supplément de $\widehat{CEB}$ est
MEC. Puisque $\widehat{CEB} = 90° \rightarrow \widehat{MEC} = 90°$
Donc, le quadrilatère $MDCE$ a ses 3
angles : $\widehat{MDE}$, $\widehat{MDC}$ et $\widehat{CEM}$ droits. Un
quadrilatère qui a 3 angles droits est
un rectangle. Par suite le 4e angle
est droit. Nous savons que les
diagonales d'un rectangle se coupent
en leur milieu et sont égales. Donc :
$MI = ID = IE = IC$.
Le triangle DIC est donc isocèle. Par suite :
$\widehat{D_3} = \widehat{C_2}$
De même le triangle $O'DC$ est isocèle
puisque $O'D$ et OC' sont rayons d'un même
cercle, donc égaux. D'où
$\widehat{D_2} = \widehat{C_1}$
$\widehat{MO'C} = 90°$ par construction.
$\widehat{MO'C} = \widehat{C_1} + \widehat{C_2} = 90°$
Puisque $\widehat{D_2} = \widehat{C_1}$ et $\widehat{D_3} = \widehat{C_2}$
$\widehat{D_2} + \widehat{D_3} = 90°$ ou : $\widehat{O'DE} = 90°$

Flavin Michelle
2 EN

Si l'angle $\widehat{AOB} = 2\alpha$, l'angle $\widehat{C}$ qui est inscrit et intercepte le même arc vaut α.

BI et CI sont les bissectrices des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$. Puisque les 3 bissectrices d'un triangle sont concourantes AI est bissectrice de $\widehat{A}$

Considérons $\widehat{AIB}$; dans le triangle ABI

$$\widehat{AIB} = 180° - \left(\frac{\widehat{A}}{2} + \frac{\widehat{B}}{2}\right)$$

Alors, dans le tr. ABC

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180° \quad \text{et} \quad \widehat{A}+\widehat{B} = 180° - \alpha$$

puisque $\widehat{C} = \alpha$

Donc: $$\widehat{AIB} = 180° - \left(\frac{180° - \alpha}{2}\right)$$

$$= \frac{360° - 180° - \alpha}{2} = \frac{180° - \alpha}{2}$$

$$= 90° + \frac{\alpha}{2}$$

M

L'angle AIB est donc constant.