Sujet de mathématiques

Numéro d'inventaire : 2016.90.91
Type de document : travail d'élève
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1924 (entre) / 1925 (et)
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple pliée en deux. Ecriture sur le recto et le verso. MS encre noire.
Mesures : hauteur : 20,1 cm ; largeur : 15,5 cm
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 4 p.
Lieux : Paris

Donné en 1924-25

On donne la cissoïde $x(x^2+y^2)=ay^2$. Soit $M(x'y')$ 1 pt du plan. On propose de former
1° l'éq de 3e qui a pour rac les coef angs des dr qui joignent l'origine aux pts de cont des 3 tg à la cissoïde issues de M.

Ogra 3 tg parce qu'on a 1 cubique à pt de rb.
Il faut exp les coord d'un pt de la courbe en fonct du coef ang de la dr joignant ce point à l'origine.

$$y = tx \qquad x = \frac{at^2}{1+t^2}$$

Il faut écrire les éq de la tg en ce pt et exp qu'elle passe par M

Or si on a $x = \frac{f(t)}{h(t)}$, $y = \frac{g(t)}{h(t)}$

l'éq de la tg au pt t est

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ f(t) & g(t) & h(t) \\ f'(t) & g'(t) & h'(t) \end{vmatrix} = 0$$

On a ici $x = \frac{at^2}{1+t^2}$, $y = \frac{at^3}{1+t^2}$.

L'éq de la tg est donc

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ at^2 & at^3 & 1+t^2 \\ 2at & 3at^2 & 2t \end{vmatrix} = 0$$

On dév par t et on remp x, y par x', y'

$$\boxed{(x'-a)t^3 + 3x't - 2y' = 0}$$

2° Peut-être puis-t-on prouver que les 3 tg sont réelles ?
Eq for $x^3 + px + q = 0$. Cond réalité

$$\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 < 0$$

$$p = \frac{3x'}{x'-a}, \quad q = -\frac{2y'}{x'-a}$$

$$\left(\frac{x'}{x'-a}\right)^3 + \left(\frac{y'}{x'-a}\right)^2 < 0$$