Agrégation des Sciences Mathématiques. Concours de 1919 : mathématiques élémentaires

Numéro d'inventaire : 2016.90.34
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministère de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1919
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm
Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1919.
Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets
Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 1 p.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

CONCOURS DE 1919.

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

I. On donne un trièdre t de sommet A. Soient P, Q, R, les projections orthogonales d'un point quelconque M sur les plans des faces de ce trièdre, AM′ la droite menée par A, perpendiculairement au plan PQR; soient P′, Q′, R′, les projections orthogonales du point M′ sur les plans des faces du même trièdre. Démontrer que le plan P′ Q′ R′ est perpendiculaire à AM. Les deux droites AM et AM′ sont dites réciproques l'une de l'autre par rapport au trièdre t; peuvent-elles être confondues?

II. On donne un tétraèdre T, de sommet A_1, A_2, A_3, A_4, et un point M; on construit la droite $A_1 M_1$, réciproque de A_1 M par rapport au trièdre A_1 (A_2, A_3, A_4) de sommet A_1. On construit de même la droite $A_2 M_2$, réciproque de A_2 M par rapport au trièdre A_2 (A_1, A_3, A_4); etc. Démontrer que les quatre droites $A_1 M_1$, $A_2 M_2$, $A_3 M_3$, $A_4 M_4$, concourent en un point M′.

Les deux points M et M′ sont dits réciproques l'un de l'autre par rapport au tétraèdre T; peuvent-ils être confondus?

III. Démontrer que les projections orthogonales des points M et M′ sur les faces du tétraèdre sont des points situés sur une même sphère.

IV. Si M se déplace sur un plan P quelconque, M′ se déplace sur une surface Σ qui passe par les six arêtes de T. Montrer que cette surface contient trois autres droites qui s'appuient chacune sur deux arêtes opposées de T et qui sont dans un même plan. Montrer que si l'on remplace le plan P par le plan P′, le plan P′ est remplacé par le plan P.

V. Le tétraèdre T étant supposé régulier, on porte sur les deux arêtes opposées $A_1 A_2$ et $A_3 A_4$ des longueurs égales $A_1 \alpha$ et $A_3 \beta$, toutes deux de A_1 vers A_2 et de A_3 vers A_4, ou toutes deux dans les sens opposés. On suppose que M décrive la droite $\alpha\beta$: quel est alors le lieu du milieu de MM′?