Cours et exercices de trigonométrie

Numéro d'inventaire : 2015.8.4759
Auteur(s) : Bernard Besster
Type de document : travail d'élève
Période de création : 3e quart 20e siècle
Date de création : 1956 (entre) / 1957 (et)
Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, papier cartonné
Description : Cahier cousu, couverture bleue, dos plastifié noir, impression en noir, 1ère de couverture avec en haut à gauche manuscrit au crayon bleue "Trigo 1 TI", en dessous, imprimé en noir "Ecole Nationale professionnelle", puis "Nancy", un dessin à la main et encre noir d'un angle et d'une équation. Réglure seyes, encre bleue, rouge, noire.
Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17 cm
Notes : Cahier de cours et d'exercices de trigonométrie de 1ère technique et industrielle: révision arcs et angles, fonctions circulaires, arcs associés, formules d'addition, multiplication des angles des arcs, formules de transformation, somme de 2 fonctions sinusoïdales, représentation vectorielle, équations trigonométriques.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Enseignement technique et professionnel
Niveau : 1ère
Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.
Commentaire pagination : 38 p. manuscrites sur 70 p.
Langue : français.
Lieux : Nancy

BESSTER. Bernard.

ANNEE 1956-1957

1T1

COURS et EXERCICES de TRIGONOMETRIE

Professeur: M. LAURENT

Exercice: Soit α la valeur d'un arc d'origine A et d'extrémité M

1) Quelle est la valeur d'un arc $\overrightarrow{AM}$ quelconque ?
2) Quelle est la valeur d'un arc $\overrightarrow{AP} = \frac{\overrightarrow{AM}}{2}$, placer le point P correspondants sur le cercle trigonométrique.
3) Quelle est la valeur d'un arc $\overrightarrow{AQ} = \frac{\overrightarrow{AM}}{n}$ (n = entier donné) ? Placer sur le cercle trigonométrique les points Q correspondants (pour n = 6).

Solution.

1) La valeur de l'arc $\overrightarrow{AM}$ quelconque est égale à : $(\alpha + 2k\pi)$.

2) L'arc $\overrightarrow{AP} = \frac{\overrightarrow{AM}}{2}$ a son origine en A et son extrémité en P qui est le milieu de $\overrightarrow{AM}$ si $\overrightarrow{AM} = \alpha + 2k\pi$ on a un point P' diamétralement opposé à (P). Supposons k = 1

$AM = \alpha + 2\pi$ et $AP = \frac{\alpha + 2\pi}{2}$

$\frac{\alpha}{2} = PA = P'A'$. $\frac{2\pi}{2}$ = demi-cercle AA'.

~~AP~~ AA' + A'P.

donc P' est symétrique de P par rapport à O.

3) $\overrightarrow{AQ} = \frac{\overrightarrow{AM}}{2}$ $\overrightarrow{AQ} = \frac{\alpha + 2\pi}{2}$ si k = 1.

si n = 10 $\overrightarrow{AQ} = \frac{\alpha + 2\pi}{10}$

Valeur de $\overrightarrow{AQ}$: $\frac{\alpha + 2\pi}{10}$.

soit n = 3. si k = 0.

si k = 1 on a : $\frac{\alpha}{3} + \frac{2\pi}{3} = \overrightarrow{AQ_1}$

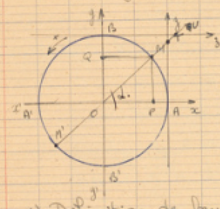
si k = 2 " $\frac{\alpha}{3} + \frac{4\pi}{3} = \overrightarrow{AQ_2}$

si k = 3 " $\frac{\alpha}{3} + 2\pi = \overrightarrow{AQ_3}$

— o —

Fonctions Circulaires -

1) Cercle Trigonométrique: Cercle orienté ayant pour rayon l'unité.



$\overrightarrow{AM} = \alpha + 2k\pi$.

2) Définition des fonctions circulaires d'un arc. (Périodes)

$\cos\alpha = \overline{OP}$.

$\sin\alpha = \overline{OQ}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \overline{AT}$ $\mathrm{ctg} = \overline{BU}$

3) Variation des fonctions circulaires:

α	0		$\pi/2$		π		$3\pi/2$		2π
$\cos\alpha$	1	↘	0	↘	-1	↗	0	↗	1
$\sin\alpha$	0	↗	1	↘	0	↘	-1	↗	0

x	0		$\pi/2$		π
$\mathrm{tg}\,x$	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0
$\mathrm{cotg}\,x$	‖ $+\infty$	↘	0	↘	$-\infty$ ‖

4) Variations entre les fonctions circulaires d'un même arc.

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

$\frac{\overline{AT}}{\overline{OM}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OP}} \rightarrow \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$. $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\mathrm{cotg} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\mathrm{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$.

$1 + \mathrm{cotg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$.

5) Calcul des fonctions circulaires d'un arc connaissant l'une d'elles

1) $\sin\alpha = a$.

$\cos^2\alpha = 1 - a^2$ $\cos\alpha = \pm\sqrt{1-a^2}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \pm\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$

2) $\cos\alpha = b$. (calcul inverse)

3) $\mathrm{tg}\,\alpha = r$.

$\cos^2\alpha = \frac{1}{1+r^2}$ $\cos\alpha = \frac{\pm 1}{\sqrt{1+r^2}}$

$\sin\alpha = \mathrm{tg}\,\alpha \times \cos\alpha \rightarrow \sin\alpha = \frac{\pm r}{\sqrt{1+r^2}}$

Voir le cours de 2ème T1.

Fonctions circulaires d'arcs remarquables.

Exercice:

Démontrer les relations suivantes :

1) $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$
2) $(\sin x + \cos x)^2 - (\sin x - \cos x)^2 = 4 \sin x \times \cos x$.
3) Calculer:
$\sin x$ et $\cos x$ connaissant $\mathrm{tg}\,x = 2$. et sachant que l'extrémité de l'arc x appartient au 1er quadrant
4) Calculer. $\cos x$ et $\mathrm{tg}\,x$ connaissant $\sin x = -\frac{1}{4}$ et que l'extrémité de l'arc x appartient au 3ème quadrant.

28-11-58

— o —

I) 2) $(\sin x + \cos x)^2 - (\sin x - \cos x)^2 = 4 \sin x \times \cos x$.

on effectue les produits remarquables :

$(\sin^2 x + 2\sin x \times \cos x + \cos^2 x) - (\sin^2 x - 2\sin x \times \cos x + \cos^2 x) = (4\sin x \times \cos x)$

On chasse les parenthèses:

$\sin^2 x + 2(\sin x \cdot \cos x) + \cos^2 x - \sin^2 x + 2(\sin x \cdot \cos x) - \cos^2 x = (4 \sin x \cdot \cos x)$

on réduit les termes semblables:

$2(\sin x \cdot \cos x) + 2(\sin x \cdot \cos x) = 4(\sin x \cdot \cos x)$.

1) $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$.

on a : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

développons: $\sin^2 x + \cos^2 x + \cancel{2(\cos x \cdot \sin x)} + \sin^2 x + \cos^2 x \cancel{- 2(\sin x \cdot \cos x)} = 2$.

$(\sin^2 x + \cos^2 x) + (\sin^2 x + \cos^2 x) = 2$.

———

II) Calcul de $\sin x$ et $\cos x$ si $\mathrm{tg}\,x = 2$. (x dans 1er quadrant).

$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \mathrm{tg}^2 x}$. $\cos^2 x = \frac{1}{1+4}$ $\cos^2 x = \frac{1}{5}$ $\boxed{\cos x = \frac{\sqrt{5}}{5}}$