Concours Polytechnique de 1932 : 2 ème composition de mathématiques

Numéro d'inventaire : 2016.90.99

Type de document : texte ou document administratif

Période de création : 2e quart 20e siècle

Date de création : 1932

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire et MS encre noire.

Mesures : hauteur : 23,9 cm ; largeur : 21,9 cm

Notes : Sujet de concours de 1932 de l'Ecole Polytechnique.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 1 p.

École Polytechnique

Concours 1932.

2^e Composition de Mathématiques (H²).

On considère trois axes rectangulaires ox, oy, oz & un plan fixe (Π) d'équation:

$$(\Pi) \quad \alpha x + \beta y + \gamma z = \rho$$

où α, β, γ sont les cosinus directeurs d'une normale au plan (Π) .

Partant d'un point $A_0(x_0, y_0, z_0)$, on prend les pieds des perpendiculaires abaissées du point A_0 sur les trois axes de coordonnées et sur le plan (Π) . On prend le centre de gravité de quatre masses égales placées en ces quatre pieds, ce qui donne un point $A_1(x_1, y_1, z_1)$.

On procède pour le point A_1 , comme on l'a fait pour le point A_0 , et ainsi de suite. Après n opérations, on parvient au point A_n .

I. Trouver les coordonnées x_n, y_n, z_n du point A_n & sa distance d_n au plan (Π) .
Montrer que, si n augmente indéfiniment, la suite des points A_n a une limite A .
Montrer que l'on rencontre la même suite de points, si l'on substitue au trièdre $oxyz$ un autre trièdre trirectangle de même sommet O ; montrer que le point limite A est indépendant du point de départ A_0 .

II. Montrer que tous les points A_n obtenus à partir d'un point A_0 sont situés sur une parabole P_n contenue dans un plan perpendiculaire au plan (Π) . Trouver l'axe, le sommet & le paramètre de cette parabole.

Lorsque le point A_0 décrit une droite passant par un point donné B , la parabole P_n engendre une surface (Σ) dont on déterminera le degré & la nature. Montrer ensuite qu'il existe une autre droite D' passant par le point B & conduisant à la même surface (Σ) . Soient M & M' les traces des droites D & D' sur le plan (Π) , parallèle au plan (Π) & passant par A ; montrer que la droite MM' passe par un point fixe lorsque la droite D varie en passant par le point fixe B .

III. Former toutes les fonctions de force satisfaisant aux conditions suivantes:
1^o les paraboles P_n sont les lignes de force correspondantes;
2^o la composante parallèle au plan (Π) de la force ayant pour point d'application un point M de l'espace ne dépend que de la distance du point M à la perpendiculaire abaissée du point O sur le plan (Π) .

Intégrer dans les divers cas possibles les équations du mouvement d'un mobile de masse unité partant d'un point quelconque sans vitesse initiale (On ne cherchera pas à construire les trajectoires).

Nota. - Les candidats ont toute liberté pour adopter, dans chaque question, les axes qui leur paraîtront les plus convenables. - Il sera tenu le plus grand compte des remarques géométriques.