Concours Polytechnique de 1932 : 2 ème composition de mathématiques

Numéro d'inventaire : 2016.90.99
Type de document : texte ou document administratif
Période de création : 2e quart 20e siècle
Date de création : 1932
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire et MS encre noire.
Mesures : hauteur : 23,9 cm ; largeur : 21,9 cm
Notes : Sujet de concours de 1932 de l'Ecole Polytechnique.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 1 p.
Lieux : Paris

École Polytechnique. — Concours 1932.

2e Composition de Mathématiques (H.K).

On considère trois axes rectangulaires ox, oy, oz & un plan fixe (Π) d'équation :

(Π) $\alpha x + \beta y + \gamma z = \rho$

où α, β & γ sont les cosinus directeurs d'une normale au plan (Π).

Partant d'un point A_0 (x_0, y_0, z_0), on prend les pieds des perpendiculaires abaissées du point A_0 sur les trois axes de coordonnées et sur le plan (Π). On prend le centre de gravité de quatre masses égales placées en ces quatre pieds, ce qui donne un point A_1 (x_1, y_1, z_1).

On procède pour le point A_1 comme on l'a fait pour le point A_0, et ainsi de suite. Après n opérations, on parvient au point A_n.

I - Trouver les coordonnées x_n, y_n, z_n du point A_n & sa distance d_n au plan (Π). Montrer que, si n augmente indéfiniment, la suite des points A_n a une limite A. Montrer que l'on rencontre la même suite de points, si l'on substitue au trièdre oxyz un autre trièdre trirectangulaire de même sommet O; montrer que le point limite A est indépendant du point de départ A_0.

II Montrer que tous les points A_n obtenus à partir d'un point A_0 sont situés sur une parabole P_{A_0} contenue dans un plan perpendiculaire au plan (Π). Trouver l'axe, le sommet & le paramètre de cette parabole.

Lorsque le point A_0 décrit une droite D passant par un point donné B, la parabole P_{A_0} engendre une surface (Σ) dont on déterminera le degré & la nature. Montrer ensuite qu'il existe une autre droite D' passant par le point B & conduisant à la même surface (Σ). Soient M & M' les traces des droites D & D' sur le plan (Π_1) parallèle au plan (Π) & passant par A; montrer que la droite MM' passe par un point fixe lorsque la droite D varie en passant par le point fixe B.

III. Former toutes les fonctions de force satisfaisant aux conditions suivantes :

1° les paraboles P_{A_0} sont les lignes de force correspondantes ;

2° la composante parallèle au plan (Π) de la force ayant pour point d'application un point M de l'espace ne dépend que de la distance du point M à la perpendiculaire abaissée du point O sur le plan (Π).

Intégrer dans les divers cas possibles les équations du mouvement d'un mobile de masse unité partant d'un point quelconque sans vitesse initiale (On ne cherchera pas à construire les trajectoires).

Nota. — Les candidats ont toute liberté pour adopter, dans chaque question, les axes qui leur paraîtront les plus convenables. — Il sera tenu le plus grand compte des remarques géométriques.