
Sujet de l'Ecole Polytechnique

Numéro d'inventaire : 2016.90.89

Type de document : travail d'élève

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1902 (à partir de)

Matériau(x) et technique(s) : papier cartonné

Description : Ensemble de fiches simples cartonnées tenues par un trombone. Ecriture sur le recto des feuilles. MS encre noire.

Mesures : hauteur : 19,7 cm ; largeur : 12,4 cm

Notes : Sujet de 1902 de l'Ecole Polytechnique repris comme exercice. Date estimée d'après la date du sujet étudié.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p.

Lieux : Paris

Ex. 1902. Un ^{plan} donné rel^é à 3 axes rect $oxyz$, 1^{er} et L ,
de wond (arbc) et un cer (C) de l'esp par l'eq

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2Kx = 0, \quad z = 0$$

1^o Trouver l'eq du lieu des proj^s orth de L sur les droites
qui rene à la fois le cer (C) et l'axe oz . Reconnaître
que ce lieu se compose d'une sphère et d'un simple arc de (S).

Eq. D'une dr var rene oz : $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z-\gamma}{\delta}$. Elle
coupe $z=0$, au pt $-\frac{a\gamma}{\delta}, -\frac{b\gamma}{\delta}, 0$. Sans qu'elle rene
le cer (C), il faut $\delta = 0$. Soit qu'elle rene

$$(x^2 + y^2) \lambda^2 + 2Kx\lambda = 0$$

qui se dée en $\lambda = 0$ et $(x^2 + y^2) \lambda + 2Kx = 0$. La
première signif que la dr passe à l'orig ; cette sol
était évid a priori. La seconde est la véritable
cond.

Coups d'abord une dr par l'origine $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{\gamma}$
La proj de L sur cette dr sera au pt d'int de la droite
le plan mené par L perp^é sur la droite

$$x(x-a) + y(y-b) + z(z-\gamma) = 0$$

Le lieu de la proj s'obten en élim x, y, z avec les 3 eq
préc. Cela donne

$$x(x-a) + y(y-b) + z(z-\gamma) = 0.$$

C'est la sphère dée sur O le centre.

Causmant 1^{er} dr var rene l'axe oz en 1^{er} l'axe oz qui
est une annule cer (C).

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z-\gamma}{\delta}, \quad (x^2 + y^2) \lambda + 2Kx = 0$$

La proj de L sur cette dr sera à l'inters de la dr et de
le plan

$$x(x-a) + y(y-b) + z(z-\gamma) = 0$$

On aura le lieu de ce pt en élim x, y, z avec les 3
eq, c'est en élim λ avec les 3 eq

$$x(x-a) + y(y-b) + (z-\gamma)(z-\gamma) = 0, \quad (x^2 + y^2) \lambda + 2Kx = 0$$

de la première

$$z-\gamma = -\frac{x(x-a) + y(y-b)}{z-\gamma}, \quad \text{d'où } \lambda = \frac{x(x-a) + y(y-b) + z(z-\gamma)}{z-\gamma}$$

Portons cette val de λ dans la seconde et on a d'abord

$$(x^2 + y^2 - 2Kx) \lambda + 2Kx = 0$$

mais nous pour l'eq du lieu

$$(1) (x^2 + y^2 - 2Kx) [x(x-a) + y(y-b) + z(z-\gamma)] + 2Kx(z-\gamma) = 0$$

Autre manière d'arriver à cette eq.

